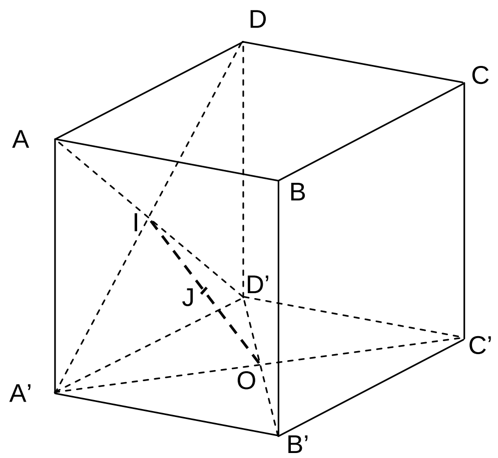
Thème : Problèmes de calculs de grandeurs
Calculs de longueurs, d'aires et de volumes

1. L'exercice proposé au candidat

$ABCDA'B'C'D'$ est un cube de côté 4 cm, I et O sont les centres respectifs des carrés $ADD'A'$ et $A'B'C'D'$.



1) Construire le triangle $A'C'D$ en vraie grandeur.
2) a) Montrer que OCC' est rectangle en C'.
   b) Calculer OC.
3) Calculer IC.
4) Soit J le milieu de $[OI]$. Calculer CJ puis $A'J$ puis $A'C$.
5) a) Les points A', J et C sont-ils alignés ?
   b) Quelle est la position relative de la droite (OI) et du plan $(A'JC)$?
6) Déterminer le volume de la pyramide $OD'A'BC$.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

$Q.1$) Dégager les savoirs mis en jeu dans la résolution de l'exercice.

$Q.2$) Construire un énoncé démontrant que les points A', J et C ne sont pas alignés en utilisant les théorèmes d'incidence de seconde.

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

– Sa réponse à la question $Q.2$).
– deux énoncés d'exercices, variés par le niveau concerné et la méthode de résolution utilisée, se rapportant au thème : «**Problèmes de calculs de grandeurs : Calculs de longueurs, d'aires et de volumes**»

3. Quelques références aux programmes

Programme de Quatrième

Contenus	Compétences exigibles	Commentaires
4. Pyramide et cône de révolution	Calculer le volume d'une pyramide et d'un cône de révolution à l'aide de la formule $V = Bh/3$.	L'objectif est toujours d'apprendre à voir dans l'espace et de calculer des longueurs, des aires et des volumes, ce qui implique un large usage des représentations en perspective et la fabrication de patrons. Ces travaux permettront de consolider les images mentales relatives à des situations de parallélisme et d'orthogonalité. La recherche de l'aire latérale d'un cône de révolution peut être une activité de mise en œuvre de la proportionnalité. On pourra, à l'aide des formules d'aires ou de volumes, étudier les variations d'une grandeur en fonction d'une autre.

Programme de Troisième

Contenus	Compétences exigibles	Commentaires
1. Géométrie dans l'espace Problèmes de sections planes de solides	Connaître la nature des sections du cube, du parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une face, à une arête. Connaître la nature des sections du cylindre de révolution par un plan parallèle ou perpendiculaire à son axe. Représenter et déterminer les sections d'un cône de révolution et d'une pyramide par un plan parallèle à la base.	Des manipulations préalables (sections de solides en polystyrène par exemple) permettent de conjecturer ou d'illustrer la nature des sections planes étudiées. Ce sera une occasion de faire des calculs de longueur et d'utiliser les propriétés rencontrées dans d'autres rubriques ou les années antérieures. A propos de pyramides, les activités se limiteront à celles dont la hauteur est une arête latérale et aux pyramides régulières qui permettent de retrouver les polygones étudiés par ailleurs.

Programme de Troisième (suite)

Contenus	Compétences exigibles	Commentaires
2. Triangle rectangle : relations trigonométriques, distance de deux points dans un repère orthonormé du plan	Connaître et utiliser dans le triangle rectangle les relations entre le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle aigu et les longueurs de deux côtés du triangle. Utiliser la calculatrice pour déterminer des valeurs approchées : - du sinus, du cosinus et de la tangente d'un angle aigu donné, - de l'angle aigu dont on connaît le sinus, le cosinus ou la tangente. Le plan étant muni d'un repère orthonormé, calculer la distance de deux points dont on donne les coordonnés.	La définition du cosinus a été vue en quatrième. Le sinus et la tangente d'un angle aigu seront introduits comme rapports de longueurs ou à l'aide du quart de cercle trigonométrique. On établira les formules $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ et $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$. On n'utilisera pas d'autre unité que le degré décimal. Le calcul de la distance de deux points se fera en référence au théorème de Pythagore, de façon à visualiser ce que représentent différence des abscisses et différence des ordonnées.
3. Propriété de Thalès	Connaître et utiliser dans une situation donnée les deux théorèmes suivants : - Soient d et d' deux droites sécantes en A. Soient B et M deux points de d, distincts de A. Soient C et N deux points de d', distincts de A. Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$. - Soient d et d' deux droites sécantes en A. Soient B et M deux points de d, distincts de A. Soient C et N deux points de d', distincts de A. Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ et si les points A, B, M et les points A, C, N sont dans le même ordre, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.	Il s'agit d'un prolongement de l'étude faite en classe de quatrième. L'étude de la propriété de Thalès est l'occasion de traiter des situations de proportionnalité dans le cadre géométrique du plan et de l'espace. La réciproque est formulée en tenant compte de l'ordre relatif des points sur chaque droite. L'utilisation d'un logiciel de construction géométrique peut permettre de créer des situations reliées au théorème de Thalès, notamment lors des activités d'approche de la propriété par la mise en évidence de la conservation des rapports. Le travail de construction de points définis par des rapports de longueurs permet de mettre en évidence l'importance de la position relative de ces points sur la droite. On sintéressera particulièrement au problème suivant : étant donnés deux points A et B, construire les points C de la droite (AB) sachant que le rapport $\frac{CA}{CB}$ a une valeur donnée sous forme de quotients d'entiers.

Programme de Seconde

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Géométrie dans l'espace. Positions relatives de droites et de plans : règles d'incidence. Orthogonalité d'une droite et d'un plan.	Manipuler, construire, représenter des solides. Effectuer des calculs simples de longueur, aire ou volume. Connaître les positions relatives de droites et de plans dans l'espace.	On mettra en oeuvre les capacités attendues sur un ou deux exemples : construction d'un patron, représentation en perspective cavalière, dessin avec un logiciel de construction géométrique, calcul de longueurs, d'aires ou de volumes.
Triangles isométriques, triangles de même forme.	Reconnaître des triangles isométriques. Reconnaître des triangles de même forme. Résoudre des problèmes mettant en jeu formes et aires.	A partir de la construction d'un triangle caractérisé par certains de ses côtés ou de ses angles, on introduira la notion de triangles isométriques. On pourra observer que deux triangles isométriques le sont directement ou non. On pourra utiliser la définition suivante : « deux triangles ont la même forme si les angles de l'un sont égaux aux angles de l'autre »(il s'agira donc de triangles semblables). On caractérisera ensuite, grâce au théorème de Thalès, deux triangles de même forme par l'existence d'un coefficient d'agrandissement/réduction. Rapport entre les aires de deux triangles de même forme. Pour des formes courantes (équilatéral, demi-carré, demi-équilatéral), on fera le lien avec les sinus et cosinus des angles remarquables. On s'interrogera, à partir de décompositions en triangles, sur la notion de forme pour d'autres figures de base (rectangle, quadrilatère quelconque,...).