Thème : Intégration
Calcul d'intégrales par des méthodes variées

1. L'exercice proposé au candidat

1) Vérifier que pour tout x réel :

$$\frac{e^x}{1+e^x} = 1 - \frac{1}{1+e^x}$$

2) En déduire $\displaystyle\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{1+e^x}$.

3) Déterminer $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^{2x}}{(1+e^x)}\mathrm{d}x$ et $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^{2x}}{(1+e^x)^2}\mathrm{d}x$.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

$Q.1)$ Enoncer les résultats fondamentaux pour le calcul des intégrales mis en jeu dans l'exercice précédent.

$Q.2)$ Quelle réponse feriez-vous à un élève qui vous demanderait comment calculer $\displaystyle\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{(1+e^x)^4}$?

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :
- sa réponse à la question *Q.2)*
- d'autres exercices sur le thème « **Calculs d'intégrales par des méthodes variées** »

3. Quelques références aux programmes

Programme de Terminale S

Contenus	**Modalités de mise en œuvre**	**Commentaires**
Intégration et dérivation		
Pour une fonction f continue positive sur $[a, b]$, introduction de la notation $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$ comme aire sous la courbe. Valeur moyenne d'une telle fonction. Extension à l'intégrale et à la valeur moyenne d'une fonction de signe quelconque.	[...] On indiquera la convention de signe sur un intervalle où f est négative et on en déduira le cas général ; on pourra aussi ajouter une constante à f pour la rendre positive.	[...] Cette extension doit être faite brièvement. Cette convention de signe prendra tout son sens lors de l'étude de $\displaystyle\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

Programme de Terminale S (suite)

Notion de primitive. Théorème : « si f est continue sur un intervalle I, et si a est un point de I, la fonction F telle que $F(x) = \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$ est l'unique primitive de f sur I s'annulant en a »	On démontrera que F est une primitive de f dans le cas où f est continue et croissante, et on admettra le cas général.	L'intégration permet d'établir l'existence des primitives des fonctions continues et d'en donner des méthodes numériques de calcul ; inversement, la connaissance d'une primitive d'une fonction continue donne une formule explicite pour le calcul des intégrales : les élèves devront percevoir l'intérêt de cette double démarche.
Calcul de $\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$ à l'aide d'une primitive de f.	Tableau primitives-dérivées des fonctions usuelles (fonctions $x \mapsto x^n$, $x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto \ln x$, $x \mapsto \mathrm{e}^x$, sinus, cosinus). Application de la dérivation des fonctions composées à la primitivation de $\frac{u'}{u}$, $u'\mathrm{e}^u$, $u'u^n$.	L'existence d'une solution de $y' = f(t)$, admise en 1ère est ainsi justifiée ; de même, est justifiée l'existence du logarithme : celle de sa fonction réciproque en découle alors. La volonté d'introduire rapidement la fonction exponentielle pour la physique aura conduit à admettre un théorème d'existence en début d'année, qui se trouve ici justifié.
Intégration par parties.		On se limitera à des cas simples où l'élève aura à trouver lui-même le recours à la technique d'intégration par parties.