

Thème : Géométrie
Interprétation géométrique des nombres complexes**1. L'exercice proposé au candidat**

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct (O, \vec{u}, \vec{v}) . On note (Γ) le cercle de centre O et de rayon 1.

1) Soit A un point de (Γ) d'affixe a . On note (T_a) la tangente en A à (Γ) .

Soit M un point du plan d'affixe z .

a) Montrer que M appartient à (T_a) si et seulement si $\frac{z-a}{a}$ est imaginaire pur.

b) Dédurre que M appartient à (T_a) si et seulement si z vérifie l'égalité : $z\bar{a} + \bar{z}a = 2$.

2) Soient A d'affixe a et B d'affixe b deux points distincts de (Γ) tels que $a + b \neq 0$.

Montrer que les droites (T_a) et (T_b) , tangentes à (Γ) respectivement en A et B , sont sécantes et que leur point d'intersection a pour affixe $\frac{2ab}{a+b}$.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Dégager les méthodes et les savoirs mis en jeu dans la résolution de l'exercice.

Q.2) Proposer une solution de la question 1) telle que le candidat la présenterait à une classe.

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

1) La réponse à la question **Q.2**).

2) L'énoncé d'un ou plusieurs exercices se rapportant au thème « **Interprétation géométrique des nombres complexes** ».

3. Quelques références aux programmes

Programme de terminale scientifique

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Géométrie plane : nombres complexes		
<p>Le plan complexe : affixe d'un point ; parties réelle et imaginaire d'un nombre complexe. Conjugué d'un nombre complexe. Somme, produit, quotient de nombres complexes. Module et argument d'un nombre complexe ; module et argument d'un produit, d'un quotient. Écriture $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i \sin(\theta)$.</p> <p>Résolution dans \mathbb{C} des équations du second degré à coefficients réels.</p> <p>Interprétation géométrique de $z \mapsto z$ avec $z = z + b$ ou $z' - w = k(z - w)$ avec k réel non nul, ou $z - w = e^{i\theta}(z - w)$.</p>	<p>Le vocabulaire sera introduit à partir de considérations géométriques. On retrouvera à cette occasion la notion de coordonnées polaires et celle, sous-jacente, d'équation paramétrique d'un cercle sous la forme $z = z_\omega + r e^{i\theta}$ ou $x = x_\omega + r \cos(\theta), y = y_\omega + r \sin(\theta)$ La notation exponentielle sera introduite près avoir montré que la fonction $\theta \mapsto \cos(\theta) + i \sin(\theta)$ vérifie l'équation fonctionnelle caractéristique des fonctions exponentielles.</p> <p>On utilisera les nombres complexes pour traiter des exemples simples de configurations et résoudre des problèmes faisant intervenir des translations, des rotations, des homothéties.</p>	<p>La vision des nombres complexes est d'abord géométrique : calculs sur des points du plan. Les repérages cartésien et polaire introduits en première conduisent naturellement à deux écritures d'un nombre complexe. L'objectif est ensuite de montrer la puissance de ce calcul dans les problèmes de géométrie. On introduira dans ce chapitre quelques éléments lui donnant une dimension historique. Les nombres complexes permettent de retrouver et de mémoriser les formules trigonométriques d'addition et de duplication vues en première.</p> <p>On exploitera à la fois les possibilités offertes par les nombres complexes et les raisonnements géométriques directs qui réactivent les connaissances antérieures, notamment sur les transformations du plan.</p>