Thème : Probabilités

1. L'exercice proposé au candidat

Un quincaillier achète des ampoules à trois fournisseurs dans les proportions suivantes : 20% au premier fournisseur, 50% au deuxième fournisseur et 30% au troisième fournisseur.

Le premier fournisseur fabrique 97% d'ampoules sans défaut, le deuxième fournisseur fabrique 98% d'ampoules sans défaut, le troisième fournisseur fabrique 95% d'ampoules sans défaut.

1) On choisit une ampoule au hasard dans le stock. On note D l'événement « l'ampoule est défectueuse », F_1 l'événement « l'ampoule vient du premier fournisseur », F_2 l'événement « l'ampoule vient du deuxième fournisseur » et F_3 l'événement « l'ampoule vient du troisième fournisseur ».

   Calculer la probabilité de l'événement D, notée $P(D)$.

2) On admet que la probabilité qu'une ampoule soit sans défaut est de 0,969. On monte 12 ampoules sur un lustre. Calculer la probabilité qu'une ampoule au plus soit défectueuse.

3) La durée de vie d'une ampoule, notée T, suit une loi de durée de vie sans vieillissement (ou loi exponentielle) de paramètre $\lambda = 2 \cdot 10^{-5}$. Selon cette loi, pour tout $x \in [0, +\infty[$ on a $P(T \leqslant x) = \displaystyle\int_0^x \lambda e^{-\lambda t}\,\mathrm{d}t$.

   Quelle est la probabilité qu'une ampoule dure plus de 50 000 heures sachant qu'elle a déjà duré 25 000 heures ?

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Le candidat rédigera sur ses fiches :

◇ sa réponse à la question 3) ;

◇ un ou plusieurs exercices sur le thème « **Probabilités** » dont un au moins se rapportant aux probabilités conditionnelles.

Le candidat présentera au jury :

– le contenu de ses fiches ;

– les méthodes et les savoirs mis en jeu dans l'exercice.

3. Quelques références aux programmes

Classe de Première scientifique

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Probabilités		
Définition d'une loi de probabilité sur un ensemble fini. Espérance, variance, écart-type d'une loi de probabilité. Probabilité d'un événement, de la réunion et de l'intersection d'événements. Cas de l'équiprobabilité. Variable aléatoire, loi d'une variable aléatoire, variance, écart-type. Modélisation d'expériences aléatoires de référence (lancers d'un ou plusieurs dés ou pièces discernables ou non, tirage au hasard dans une urne, choix de chiffres au hasard, etc.).	Le lien entre loi de probabilité et distributions de fréquences sera éclairé par un énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres. On expliquera ainsi la convergence des moyennes vers l'espérance et des variances empiriques vers les variances théoriques ; on illustrera ceci par des simulations dans des cas simples. On pourra aussi illustrer cette loi avec les diagrammes en boîtes obtenus en simulant par exemple 100 sondages de taille n, pour $n = 10$; 100 ; 1000. On simulera des lois de probabilités simples obtenues comme images d'une loi équirépartie par une variable aléatoire (sondage, somme des faces de deux dés, etc.).	On pourra par exemple choisir comme énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres la proposition suivante : « Pour une expérience donnée, dans le modèle défini par une loi de probabilité P, les distributions des fréquences calculées sur des séries de taille n se rapprochent de P quand n devient grand. » On indiquera que simuler une expérience consiste à simuler un modèle de cette expérience. La modélisation avec des lois ne découlant pas d'une loi équirépartie est hors programme. On évitera le calcul systématique et sans but précis de l'espérance et de la variance de lois de probabilité.

Classe de Terminale scientifique

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Conditionnement et indépendance		
Conditionnement par un événement de probabilité non nulle puis indépendance de deux événements. Indépendance de deux variables aléatoires. Formule des probabilités totales.	On justifiera la définition de la probabilité de B sachant A, notée $P_A(B)$, par des calculs fréquentiels. On utilisera à bon escient les représentations telles que tableaux, arbres, diagrammes, efficaces pour résoudre des problèmes de probabilités. Application à la problématique des tests de dépistage en médecine et à la loi de l'équilibre génétique lors d'appariements au hasard.	Un arbre de probabilité correctement construit constitue une preuve. Les élèves doivent savoir appliquer sans aide la formule des probabilités totales dans des cas simples.
Lois de probabilités		
Exemples de lois continues, lois continues à densité : – loi uniforme sur $[0, 1]$; – loi de durée de vie sans vieillissement.	Application à la désintégration radioactive : loi exponentielle de désintégration des noyaux.	Ce paragraphe est une application de ce qui aura été fait en début d'année sur l'exponentielle et le calcul intégral.