Thème : Géométrie dans l'espace

1. L'exercice proposé au candidat

L'espace est rapporté à une repère orthonormal d'origine O.
On considère les points A, B, C et S de coordonnées respectives :

$$A(-1, 0, 1) \qquad B(1, 4, -1) \qquad C(3, -4, -3) \qquad S(4, 0, 4).$$

1) Démontrer que le triangle ABC est un triangle rectangle en A.
2) a) Démontrer que O est le barycentre des points A, B et C affectés de coefficients que l'on déterminera.
   b) En déduire que O est situé à l'intérieur du triangle ABC.
3) a) Montrer que le vecteur $\overrightarrow{SO}$ est orthogonal aux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
   b) En déduire une équation cartésienne du plan (ABC).
4) Calculer le volume du tétraèdre $SABC$.

2. Le travail demandé au candidat

> En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Le candidat rédigera sur ses fiches :

- ◇ sa solution de la question 2) ;
- ◇ deux exercices se rapportant au thème « **Géométrie dans l'espace** » dont un au moins fait appel à la notion de barycentre.

Le candidat présentera au jury :

- le contenu de ses fiches ;
- les méthodes et les savoirs mis en jeu dans l'exercice.

3. Quelques références aux programmes

Programme de Terminale S

II.2 Géométrie

L'objectif de ce paragraphe est d'entretenir la pratique des objets usuels du plan et de l'espace et de fournir quelques notions nouvelles permettant de parfaire l'approche entreprise dans les classes antérieures sur la géométrie vectorielle ou repérée. [...] L'extension à l'espace du produit scalaire permet de résoudre de nouveaux problèmes et, de ce fait, d'approfondir la vision de l'espace.

Bien que, comme dans les programmes antérieurs, le libellé de cette partie soit relativement concis, on prendra le temps de mettre en œuvre toutes les connaissances de géométrie de l'ensemble du cursus scolaire pour l'étude de configurations du plan ou de l'espace, le calcul de distances, d'angles, d'aires et de volumes, etc..

Contenus	**Modalités de mise en œuvre**	**Commentaires**
Produit scalaire dans l'espace		
Rappels sur le produit scalaire dans le plan. Définition du produit scalaire de deux vecteurs dans l'espace. Propriétés, expression en repère orthonormal.	Expression en repère orthonormal de la distance d'un point à une droite dans le plan. Plan orthogonal à un vecteur passant par un point. Équation cartésienne en repère orthonormal. Expression de la distance à un plan. Inéquation définissant un demi-espace.	On généralisera aux vecteurs de l'espace la définition du produit scalaire donnée dans le plan ; à cette occasion on présentera la projection orthogonale sur une droite ou sur un plan.
Droites et plans dans l'espace		
Caractérisation barycentrique d'une droite, d'un plan, d'un segment, d'un triangle. Représentation paramétrique d'une droite de l'espace Intersection de deux plans, d'une droite et d'un plan, de trois plans ; discussion algébrique.	On reprendra les problèmes d'alignement et de concours déjà abordés en classe de Première. On fera clairement apparaître que les problèmes géométriques considérés ici sont l'étude des systèmes d'équations linéaires, que l'on résoudra algébriquement. On traitera aussi quelques situations numériques (issues de l'analyse, de situations économiques ou d'autres) s'y ramenant.	Les élèves doivent aussi savoir qu'une droite de l'espace peut être représentées par un système de deux équations linéaires.