CAPES 2014

Thème : loi binomiale

L'exercice

Partie A

Une urne contient 8 boules vertes et 12 boules rouges. On tire successivement au hasard et avec remise 10 boules de cette urne.
On considère la variable aléatoire X égale au nombre de boules rouges obtenues sur les 10 tirages.

1. Démontrer que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer la probabilité d'obtenir au moins une boule rouge.
   Donner la formule exacte et arrondir le résultat à 0,000 1 près.

Partie B

L'urne contient maintenant 8 boules vertes et N boules rouges, avec $N \geqslant 2$.
On tire toujours au hasard et avec remise 10 boules de cette urne.
Déterminer le nombre minimum de boules rouges N que l'urne doit contenir pour que la probabilité d'obtenir au moins une boule rouge sur les 10 tirages soit supérieure à 0,999.

Les réponses de deux élèves de première à la partie B

Élève 1

Dans un tableur, je mets 1 *dans la cellule* $A1$, *et je mets la formule*

=1-LOI.BINOMIALE(0;10;A1/(A1+8);0)

dans la cellule $B1$.
Je copie les deux cellules vers le bas et je regarde en quelle ligne la colonne B devient plus grande que $0,999$.
C'est pour $N = 8$.

Élève 2

J'ai tapé sur ma calculatrice l'algorithme ci-dessous :

début
  Entrées : N
  tant que $1 - (8 \div (N+8))^{10} > 0,999$ **faire**
    $N + 1 \rightarrow N$;
  fin
  Sorties : *Afficher* N.
fin

J'ai trouvé que N *valant* 7 *convient car pour* N *valant* 8, *le programme ne s'arrête pas.*

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez les productions des élèves en mettant en évidence les compétences acquises dans les domaines des probabilités et de l'algorithmique.

2- Exposez une correction de la partie B comme vous le feriez devant une classe de terminale, en prenant en compte les productions des élèves.

3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *loi binomiale* dont l'un au moins s'appuiera sur l'utilisation d'un logiciel ou d'une calculatrice. Vous expliciterez les objectifs de formation visés par les exercices proposés.

CAPES 2014

Thème : résolution d'équations

L'exercice

Soit f la fonction définie sur $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{-2x}{x-2}$$

On appelle $\mathscr{H}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal.
Soit m un nombre réel. On considère la droite (D_m) d'équation $y = mx$.
Trouver les points de $\mathscr{H}$, s'ils existent, en lesquels la tangente à la courbe est parallèle à (D_m).

Les réponses proposées par deux élèves de première S à la question 2

Élève 1

Deux droites parallèles ont le même coefficient directeur. Donc on doit résoudre l'équation $\dfrac{4}{(x-2)^2} = m$.
Comme m *et* $(x-2)^2$ *sont strictement positifs, alors on a* $m > 0$.
On n'a donc pas de tangente si $m \leqslant 0$.
$\dfrac{4}{(x-2)^2} = m$ *équivaut à* $\dfrac{2}{x-2} = \sqrt{m}$.
On a donc un point répondant à la question, qui a pour abscisse $x = \dfrac{2}{\sqrt{m}} + 2$.

Élève 2

On doit résoudre l'équation $\dfrac{4}{(x-2)^2} = m$ *qui équivaut à* $m(x-2)^2 - 4 = 0$.
On doit résoudre

$$mx^2 - 4mx + 4m - 4 = 0.$$

On trouve $\Delta = 16m$.
Donc il y a deux points d'abscisse $x = \dfrac{4m - 4\sqrt{m}}{2m} = 2 - \dfrac{2}{\sqrt{m}}$ *et* $x = 2 + \dfrac{2}{\sqrt{m}}$.

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez les réponses des deux élèves, en mettant en évidence leurs compétences dans le domaine de la résolution d'équations.

2- Proposez une correction de l'exercice comme vous le feriez devant une classe de première scientifique en vous appuyant éventuellement sur un logiciel.

3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *résolution d'équations*. Vous prendrez soin de motiver le choix effectué.

CAPES 2014

Thème : modélisation à l'aide de suites

L'exercice

Un magazine est vendu uniquement par abonnement. Le modèle économique prévoit qu'il y ait 1 800 nouveaux abonnés chaque année et que d'une année sur l'autre, 15 % des abonnés ne se réabonnent pas. En 2013, il y avait 8 000 abonnés.
Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre de milliers d'abonnés prévus en $(2013+n)$.

1. Établir que pour tout entier naturel n, on a $u_{n+1} = 0{,}85u_n + 1{,}8$.
2. Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = u_n - 12$.
   (a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique.
   (b) Exprimer v_n en fonction de n. En déduire l'expression de u_n en fonction de n.
3. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n).
4. Écrire un algorithme donnant l'année à partir de laquelle le magazine dépassera, d'après le modèle, la barre des 11 000 abonnés et donner le résultat.

Les réponses de deux élèves à la question 4)

Élève 1

début
  $8 \to U$;
  tant que $U < 11$ **faire**
    $0 \to N$;
    $0,85 \times U + 1,8 \to U$;
    $N+1 \to N$;
  fin
  Sorties : *Afficher* N.
fin

Mon algorithme comporte une erreur car je trouve 1.

Élève 2

début
  $0 \to N$;
  tant que $U < 11$ **faire**
    $12 - 4 \times 0,85^N \to U$;
    $N+1 \to N$;
  fin
  Sorties : *Afficher* N.
fin

Ma calculatrice affiche $N = 10$.

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez la production de chaque élève en relevant ses erreurs et en mettant en évidence ses compétences dans le domaine de l'algorithmique.

2- Exposez une correction des questions 2) et 3) comme vous le feriez devant une classe de terminale.

3- Proposez deux ou trois exercices sur le thème des *suites* dont l'un au moins conduit à modéliser une situation.

CAPES 2014

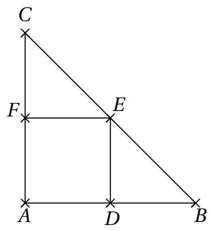
Thème : grandeurs et mesures

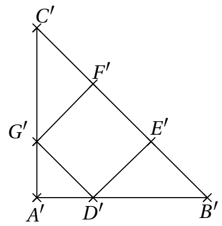
L'exercice

ABC et $A'B'C'$ sont des triangles rectangles et isocèles respectivement en A et A' tels que

$$AB = AC = A'B' = A'C' = 8$$

On construit comme indiqué ci-dessous deux carrés $ADEF$ et $D'E'F'G'$ dont les sommets appartiennent aux côtés des triangles. Comparer les aires des deux carrés.

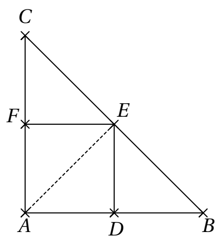




Les réponses de deux élèves

Élève 1

En traçant AE, j'ai découpé le premier triangle en 4 triangles égaux.



donc l'aire du carré est les $\dfrac{2}{4}$ *de l'aire du triangle.*
Pour l'autre triangle, je n'ai pas trouvé de découpage pour pouvoir répondre.

Élève 2

Pour le premier triangle, j'ai construit le carré $ADEF$ *de côté* 4*, puis le triangle avec* $AB = AC = 8$*, et j'ai mesuré* $BC \approx 11,3$.
Pour le deuxième triangle, si on part d'un carré $D'E'F'G'$ *de côté* 4*, on a alors* $C'F' = F'E' = E'B' = 4$*, d'où* $B'C' = 12$*. Comme* $B'C'$ *doit être égal à* BC*, cela signifie qu'en fait le carré* $D'E'F'G'$ *doit être plus petit que le carré* $ADEF$.

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez les réponses des élèves en mettant en évidence leurs acquis en géométrie.

2- Proposez une correction de l'exercice comme vous le feriez devant une classe de troisième.

3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *grandeurs et mesures*, en indiquant pour chacun les objectifs pédagogiques.