



Secrétariat Général

Direction générale des
ressources humaines

MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE

Sous-direction du recrutement

Concours du second degré – Rapport de jury

Session 2013

Troisième concours
CAPES Externe de MATHÉMATIQUES

Rapport présenté par Xavier SORBE, président du jury

**Les rapports des jurys des concours sont établis sous la responsabilité des
présidents de jury**

Conseil aux futurs candidats

Il est vivement recommandé aux candidats de s'informer sur les modalités du concours.

Les renseignements généraux (conditions d'accès, épreuves, carrière, etc.) sont donnés sur le site du ministère de l'éducation nationale (système d'information et d'aide aux concours du second degré) :

<http://www.education.gouv.fr/pid63/siac2.html>

Le jury du CAPES externe de Mathématiques met à disposition des candidats et des formateurs un site spécifique :

<http://capes-math.org>

L'épreuve écrite de la session 2013 s'est déroulée le 15 novembre 2012.

Les épreuves orales se sont tenues du 14 au 16 juin 2013,
dans les locaux du lycée Jean Lurçat, Paris 13^e.

Que soient ici remerciés Madame le Proviseur et les personnels du lycée
pour la qualité de leur accueil ainsi que pour leur très aimable disponibilité.

Table des matières

1 PRÉSENTATION DU CONCOURS 2013	
1.1 <u>Composition du jury</u>	4
1.2 <u>Définition des épreuves</u>	5
1.3 <u>Programme du concours</u>	6
2. QUELQUES STATISTIQUES	
2.1 <u>Historique</u>	7
2.2 Répartition des notes	
2.2.1 <u>Épreuves d'admissibilité</u>	8
2.2.2 <u>Épreuve d'admission</u>	8
3. ANALYSES ET COMMENTAIRES	
3.1 <u>Épreuve écrite</u>	9
3.2 Épreuve orale	
3.2.1 <u>Exercice</u>	10
3.2.2 <u>Agir en fonctionnaire de l'État</u>	11
4. ÉNONCÉS	
4.1 <u>Énoncé de l'épreuve écrite</u>	12
4.2 Énoncés de l'épreuve sur dossier	
4.2.1 <u>Exercice</u>	17
4.2.2 <u>Agir en fonctionnaire de l'État</u>	23
5. ANNEXES	
5.1 <u>Ressources numériques et logiciels à disposition des candidats</u>	29
5.2 <u>Bibliothèque du concours</u>	30

1 PRÉSENTATION DU CONCOURS 2013

1.1 Composition du jury

ANDRIEUX Jean-Claude	professeur agrégé
BOVANI Michel	inspecteur général de l'éducation nationale
COLESSE Sylvie	professeur agrégé
DÉAT Joëlle	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
DUPRAZ Geneviève	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
GOSSE Michel, vice-président	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
HANS Jean-Luc	professeur de chaire supérieure
HUBERT Nicolas	professeur agrégé
LASSALLE Olivier	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
LATHÉLIZE Arnaud	professeur agrégé
LAURENT REIG Céline	professeur agrégé
LORIDON Geneviève	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
LOVERA Stéphanie	professeur agrégé
MEGARD Marie, vice-présidente	inspecteur général de l'éducation nationale
MICHAU Nadine	professeur agrégé
PASSAT Isabelle	professeur agrégé
RODOZ-PLAGNE Sophie	professeur agrégé
ROUDNEFF Evelyne	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
SIDOKPOHOU Olivier	professeur agrégé
SORBE Xavier, président du jury	inspecteur général de l'éducation nationale

1.2 Définition des épreuves

Arrêté du 28 décembre 2009 fixant les sections et les modalités d'organisation des concours du certificat d'aptitude au professorat du second degré (MENH0931286A)

Section mathématiques

A. — Épreuve d'admissibilité

Première épreuve écrite d'admissibilité du concours externe du CAPES de mathématiques (coefficient 3).

Durée : cinq heures, coefficient 3.

Le sujet est constitué d'un ou de plusieurs problèmes.

Le programme de ces épreuves est constitué des programmes de mathématiques du collège, du lycée et des classes post-baccalauréat du lycée (STS et CPGE).

L'usage de calculatrices scientifiques est autorisé selon la réglementation en vigueur.

B. — Épreuve d'admission

Seconde épreuve orale d'admission du concours externe du CAPES de mathématiques (coefficient 3).

Épreuve sur dossier comportant deux parties : 14 points sont attribués à la première partie et 6 points à la seconde. Durée de la préparation : deux heures et demie ; durée totale de l'épreuve : une heure ; coefficient 3.

Première partie : épreuve d'exercices ; durée : quarante minutes.

L'épreuve permet au candidat de montrer :

- sa culture mathématique et professionnelle ;
- sa connaissance des contenus d'enseignement et des programmes ;
- sa réflexion sur l'histoire et les finalités des mathématiques et leurs relations avec les autres disciplines.

L'épreuve s'appuie sur un dossier fourni par le jury, portant sur un thème des programmes de mathématiques du collège, du lycée ou des sections de techniciens supérieurs. Ce thème est illustré par l'énoncé d'un exercice, pouvant être complété par des extraits de manuels, des productions d'élèves ou des passages des programmes officiels. Le dossier comprend des questions permettant d'apprécier la réflexion pédagogique du candidat. Ces questions portent sur l'énoncé de l'exercice et sa résolution ou d'autres aspects pédagogiques liés au contenu du dossier.

Pendant vingt minutes, le candidat expose ses réponses aux questions posées dans le dossier et propose, en motivant ses choix, plusieurs exercices s'inscrivant dans le thème du dossier.

Cette première partie se termine par un entretien avec le jury, portant sur l'exposé du candidat, en particulier sur les exercices qu'il a proposés, aussi bien en ce qui concerne leur résolution que les stratégies mises en œuvre.

Pendant le temps de préparation et lors de l'interrogation, le candidat bénéficie du matériel informatique mis à sa disposition. Il a également accès aux ouvrages de la bibliothèque du concours et peut, dans les conditions définies par le jury, utiliser des ouvrages personnels.

Le programme de cette première partie d'épreuve est constitué des programmes de mathématiques du collège, du lycée et des sections de techniciens supérieurs.

Seconde partie : interrogation portant sur la compétence Agir en fonctionnaire de l'Etat et de façon éthique et responsable . (Présentation dix minutes, entretien avec le jury : dix minutes.)

Le candidat répond pendant dix minutes à une question, à partir d'un document inclus dans le dossier qui lui a été remis au début de l'épreuve, question pour laquelle il a préparé les éléments de réponse durant le temps de préparation de l'épreuve. La question et le document portent sur les thématiques regroupées autour des connaissances, des capacités et des attitudes définies, pour la compétence désignée ci-dessus, dans le point 3 « les compétences professionnelles des maîtres » de l'annexe de l'arrêté du 19 décembre 2006.

L'exposé se poursuit par un entretien avec le jury pendant dix minutes.

L'épreuve d'admission doit en outre permettre au candidat de démontrer qu'il a réfléchi à l'apport que son expérience professionnelle constitue pour l'exercice de son futur métier et dans ses relations avec l'institution scolaire, en intégrant et en valorisant les acquis de son expérience et de ses connaissances professionnelles dans ses réponses aux questions du jury.

1.3 Programme

Épreuve écrite

Le programme est constitué de la réunion des programmes de mathématiques du collège, du lycée et des classes post-baccalauréat du lycée (STS et CPGE) en vigueur au titre de l'année scolaire 2012-2013 et de ceux en vigueur au titre de l'année scolaire 2011-2012.

Épreuve orale

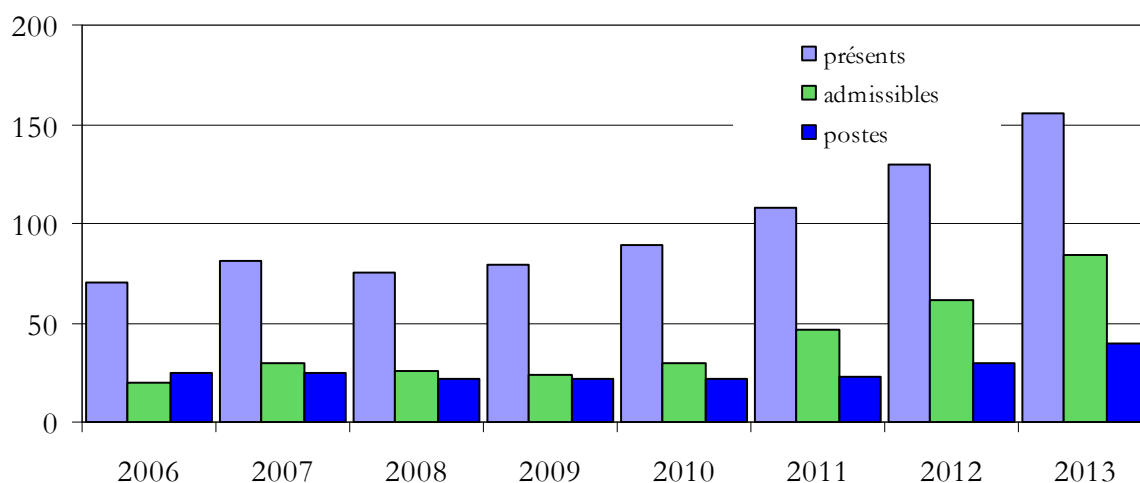
Le programme est constitué de la réunion des programmes de mathématiques du collège, du lycée et des sections de techniciens supérieurs en vigueur au titre de l'année scolaire 2012-2013 et de ceux en vigueur au titre de l'année scolaire 2011-2012.

2. QUELQUES STATISTIQUES

2.1 Historique

Avec cette année une augmentation sensible du nombre de postes offerts (33% par rapport à la session 2012), le rapport entre le nombre des candidats et le nombre de postes est de l'ordre de quatre.

Troisième concours CAPES	postes	présents à l'écrit	admissibles	admis
2006	25	70	20	9
2007	25	81	30	11
2008	22	75	26	11
2009	22	79	24	9
2010	22	89	30	11
2011	23	108	47	21
2012	30	130	61	30
2013	40	155	84	39



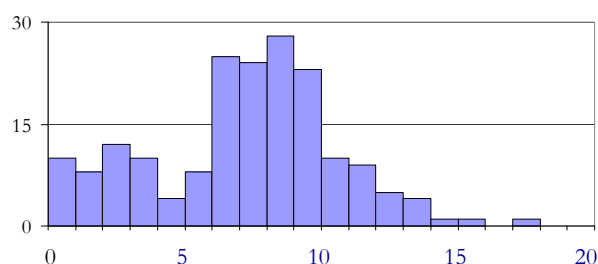
Troisième concours CAFEP	postes	présents à l'écrit	admissibles	admis
2006	5	13	5	1
2007	5	17	3	1
2008	5	18	6	2
2009	3	33	8	3
2010	10	29	7	3
2011	2	28	8	2
2012	3	29	13	3
2013	5	28	13	5

2.2 Répartition des notes

Les données suivantes concernent les troisièmes concours CAPES et CAFEP confondus. Sauf mention contraire, les notes indiquées sont sur 20.

2.2.1 Épreuve d'admissibilité

Moyenne	Écart-type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
7,11	3,49	5,00	7,69	9,37

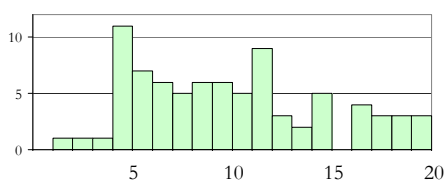


La barre d'admissibilité a été fixée à 7,29 sur 20.

2.2.2 Épreuve d'admission

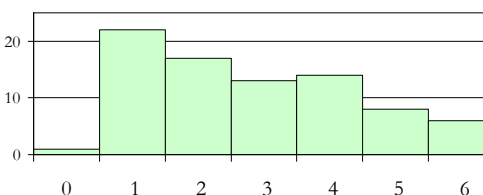
Dossier / Exercice (notes ramenées sur 20)

Moyenne	Écart-type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
9,52	4,66	5,60	9,00	12,60



Dossier / Agir en fonctionnaire (notes sur 6)

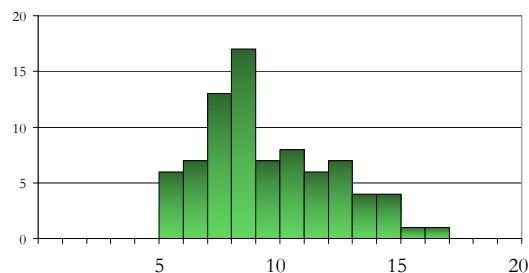
Moyenne	Écart-type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
2,80	1,52	1	3	4



La note sur 20 de l'épreuve d'admission est constituée de la partie « Exercice » sur 14 (représentée ici sur 20) et de la partie « Agir en fonctionnaire » sur 6.

Moyenne générale (écrit et oral)

Moyenne	Écart-type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
9,54	2,66	7,44	8,84	11,48



La barre d'admission du troisième concours CAPES a été fixée 8,66 sur 20.

Un seul poste n'a pas été pourvu.

Les cinq postes du troisième concours CAFEP ont été pourvus (moyenne du dernier admis : 10,15 sur 20).

3. ANALYSES ET COMMENTAIRES

3.1 Épreuve écrite

Le sujet était composé de deux problèmes : un d'arithmétique et d'analyse (nombres irrationnels) et un de probabilités et statistiques (entropie).

Un effort particulier doit être fait pour maîtriser parfaitement les raisonnements classiques ainsi que les savoir-faire de base indispensables à l'exercice du métier d'enseignant.

Les premières parties de chaque problème ont été abordées par la plupart des candidats. Elles ont permis de constater une assez bonne maîtrise du calcul de dérivées, de la technique d'intégration par parties, de la mise en œuvre du théorème d'encadrement ou encore de l'utilisation de la formule de Leibniz et du critère de convergence d'une série géométrique.

Toutefois, la lecture des copies amène à relever un certain nombre d'erreurs.

Dans le problème 1, les trois premières questions d'arithmétique sont souvent mal traitées : on trouve des raisonnements par l'absurde ou par contraposée mal rédigés, des affirmations non ou mal justifiées, ou encore l'utilisation de règles dans un cadre qui ne s'y prête pas, comme par exemple le lemme de Gauss avec des nombres qui ne sont pas des entiers. La première partie de la question A.4.1 est en général plutôt bien traitée, même si le jury déplore dans quelques copies une définition fautive de deux suites adjacentes. Si certains candidats manifestent une certaine aisance dans l'utilisation des inégalités, l'encadrement $u_q < e < v_q$ de la question A.4.1 est cependant rarement démontré correctement.

Dans le problème 2, l'inégalité de Jensen est abordée dans la plupart des copies. Mais l'indication de l'énoncé n'est pas comprise ; l'initialisation est mal traitée et les candidats n'écrivent pas correctement l'hypothèse de récurrence puis oublient de vérifier que la somme des poids vaut 1 pour l'hérédité.

Par ailleurs, la représentation graphique d'une fonction affine par morceaux met en difficulté plus de la moitié des candidats.

Les correcteurs déplorent un manque de rigueur dans bon nombre de copies : confusion entre inégalités larges ou strictes, absence fréquente des quantificateurs, utilisation d'exemples pour démontrer une propriété générale, utilisation abusive du symbole d'équivalence, absence fréquente de l'argument de continuité de la fonction lorsqu'il est nécessaire, manque de précaution dans la manipulation des inégalités, confusion entre f et $f(x)$ ou encore entre I_n et $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

Enfin, on observe malheureusement trop souvent des erreurs classiques :

- si un nombre p/q est entier, alors nécessairement $q = 1$;
- le produit $a_0 \dots a_k$ est constitué de k facteurs ;
- si $f'(x_0) = 0$, alors f présente un extremum en x_0 ;
- une suite majorée par une suite convergente est elle-même convergente.

Le jury invite les candidats à soigner davantage la rédaction, en particulier dans les premières questions de chaque problème et à se montrer précis et rigoureux tout au long de leur copie.

3.2 Épreuve orale

3.2.1 Exercice

La partie *Exercice* de l'épreuve sur dossier permet d'évaluer les candidats dans le cadre de l'approche professionnelle d'un concours de recrutement d'enseignants :

- l'analyse de productions d'élèves, d'extraits de programmes officiels ou la recherche des compétences visées par un énoncé amène à porter un regard pédagogique conforme aux exigences du métier ;
- la correction d'un exercice comme on le ferait en situation d'enseignement oblige à anticiper sur certaines difficultés prévisibles ;
- le choix d'exercices sur un thème donné conduit à s'interroger sur les critères à retenir en fonction d'objectifs donnés.

La mise à disposition du sujet au format numérique en salle d'interrogation a permis à bon nombre de candidats une gestion optimisée du temps de présentation. L'emploi du vidéoprojecteur devient quant à lui presque systématique. L'expertise dans le maniement des logiciels (géométrie dynamique et tableur notamment) est également en progrès par rapport aux sessions précédentes. Certains candidats cependant ne sont pas assez synthétiques et ne gardent pas suffisamment de temps pour présenter leurs exercices.

L'analyse de productions d'élèves est elle aussi en progrès. À travers le repérage de stratégies pertinentes non abouties et l'utilisation de descripteurs positifs, certains candidats parviennent à fournir un discours valorisant sur le travail des élèves alors que d'autres se limitent à l'énumération d'une liste d'erreurs dont l'origine n'est parfois même pas analysée. Cette partie de l'épreuve apparaît ainsi comme fortement discriminante.

La notion de compétence est quant à elle toujours mal cernée. Les ressources institutionnelles sur le sujet sont pourtant riches et il conviendrait que les candidats s'en préoccupent davantage lors de la préparation du concours. Par exemple, le fait de s'intéresser à la notion de tâche complexe pourrait rendre plus pertinente l'analyse de productions d'élèves et plus aisée la proposition d'exercices riches et variés.

L'exercice proposé par le jury met toujours quelques candidats en difficulté. La consigne de correction « comme devant une classe » est trop peu respectée. Rappelons qu'il s'agit ici de faire un pas vers un véritable positionnement professionnel et d'adopter autant que faire se peut la posture d'un enseignant devant sa classe. Le jury n'oublie pas qu'une véritable expérience de la classe manque à la plupart des candidats, mais il n'en attend pas moins une attitude sous-tendue par la mise en œuvre d'une véritable réflexion personnelle sur l'acte d'enseigner. En particulier, une trace écrite de la correction est attendue, de même que des qualités de communication affirmées.

La proposition d'exercices par le candidat obéit à plusieurs impératifs :

- de nature variée (distincts de celui du jury), ils doivent offrir un intérêt mathématique, s'inscrire dans le thème indiqué et, lorsque celui-ci s'y prête, couvrir plusieurs niveaux ;
- leur présentation ne consiste pas à copier les énoncés au tableau, mais à en préciser l'objet de façon vivante, à motiver ses choix pédagogiques en explicitant les compétences que l'on souhaite développer et à prévoir d'éventuels aménagements de leur contenu ;
- enfin, le candidat doit obligatoirement se montrer capable de résoudre les exercices qu'il propose, faute de quoi son choix se trouve largement discrédité.

Durant cette partie de l'épreuve, certains candidats se sont réellement mis en valeur en se montrant capables de justifier la pertinence de leur choix, tant du point de vue didactique que pédagogique. Ce sont souvent les mêmes qui parviennent à rattacher à une même problématique un choix varié d'exercices. Certains sujets contenaient des consignes particulières quant au choix des exercices (optimisation, modélisation), qui ont souvent été mal comprises.

Il va de soi que la fréquentation régulière de situations d'enseignement et d'exercices variés durant la préparation du concours peut aider les candidats à aborder sereinement cette épreuve.

3.2.2 Agir en fonctionnaire de l'État

Chaque sujet de la partie *Agir en fonctionnaire de l'État et de façon éthique et responsable* repose sur une étude de cas complétée par un ou plusieurs documents (extraits de textes officiels, analyses statistiques, articles, etc.). Les thèmes abordés lors de la session 2013 concernaient les usages du numérique, l'évaluation des élèves, le redoublement, l'orientation des jeunes filles, la vie scolaire, le travail en équipe.

Cette partie de l'épreuve sur dossier, qui a un fort impact sur les résultats, permet d'apprécier si le candidat a conscience des obligations d'un enseignant et s'est approprié les principales valeurs du service public. Elle lui donne l'occasion d'exprimer sa conception du travail en équipe ou des relations hiérarchiques et de faire part de sa vision des missions du professeur.

Si l'on ne peut exiger qu'il maîtrise en détail le fonctionnement de l'institution scolaire, il est attendu d'un futur enseignant une certaine connaissance de l'organisation des établissements ainsi que des grands enjeux du système éducatif.

Le degré de préparation des candidats a encore progressé lors de cette session. Nombreux sont ceux qui valorisent leur expérience, font preuve de bon sens et témoignent de leur capacité à s'impliquer, tout en étant conscient que la mission d'un enseignant comprend un rôle d'éducateur.

On doit cependant déplorer cette année encore que quelques candidats ne semblent pas s'intéresser aux élèves, n'ont aucune conscience des missions d'un professeur au-delà de l'acte d'enseignement, ni aucune idée de l'organisation du système éducatif. Une telle attitude, qui ne serait pas acceptable de la part de professionnels de l'éducation, est sanctionnée par des notes très faibles.

Les examinateurs continuent à dénoncer le travers consistant à se répéter ou à paraphraser les documents fournis. Il est important de rappeler que certaines questions n'appellent pas une réponse type et peuvent conduire à envisager différents cas ou à donner des arguments en faveur de plusieurs réponses possibles. Il est attendu du candidat qu'il fournisse des réponses qui l'engagent personnellement, avec bon sens, franchise et sincérité.

Comme pour les autres épreuves, outre qu'il est indispensable de lire attentivement le sujet, il est vivement recommandé de structurer suffisamment son exposé. Réciter un catalogue de sigles ou d'instances, ou vouloir absolument placer dans son discours des éléments sans rapport avec le sujet ne présente aucun intérêt.

4. ÉNONCÉS

4.1 Énoncé de l'épreuve écrite

Problème 1 : nombres irrationnels

L'ensemble des nombres rationnels est noté \mathbb{Q} .

On rappelle que tout nombre rationnel non nul peut s'écrire sous la forme $\frac{p}{q}$, où p et q sont des entiers relatifs premiers entre eux. Un nombre réel est dit irrationnel s'il n'appartient pas à \mathbb{Q} .

Dans ce problème, on se propose de démontrer l'irrationalité de quelques nombres réels.

Les trois parties de ce problème sont indépendantes.

Partie A : quelques exemples de nombres irrationnels

1. Soit n un entier naturel. Démontrer que si \sqrt{n} n'est pas entier, alors il est irrationnel.
2. En déduire que si p désigne un nombre premier, alors \sqrt{p} est irrationnel.
3. Démontrer que le nombre $\frac{\ln 2}{\ln 3}$ est irrationnel.
4. On rappelle que $e = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{k!}$. On se propose de démontrer que le nombre e est un nombre irrationnel. Pour cela, on fait l'hypothèse qu'il existe p et q , entiers naturels non nuls, tels que $e = \frac{p}{q}$ et on démontre que cette hypothèse conduit à une contradiction. Pour tout entier naturel n non nul, on pose :

$$u_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} \quad \text{et} \quad v_n = u_n + \frac{1}{n \times n!}$$

- 4.1. Démontrer que les suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sont adjacentes, puis montrer que :

$$u_q < e < v_q$$

- 4.2. Aboutir à une contradiction en multipliant les termes de cet encadrement par $q! \times q$.

Partie B : une preuve de l'irrationalité de π

On se propose ici de démontrer que le nombre π est un nombre irrationnel. Pour cela, on fait l'hypothèse qu'il existe a et b , entiers naturels non nuls, tels que $\pi = \frac{a}{b}$ et on démontre que cette hypothèse conduit à une contradiction.

Étant donné un entier naturel non nul n et un réel x , on pose :

$$P_n(x) = \frac{x^n(a-bx)^n}{n!} \quad \text{et} \quad P_0(x) = 1$$

Étant donné un entier naturel n , on pose :

$$I_n = \int_0^\pi P_n(x) \sin x \, dx$$

1.
 - 1.1. Pour un entier naturel n non nul, exprimer la dérivée de P_n en fonction de P_{n-1} .
 - 1.2. Calculer $\sup_{x \in [0, \pi]} |P_n(x)|$ en fonction de a , b et n .
 - 1.3. Démontrer que :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad P_n\left(\frac{a}{b} - x\right) = P_n(x)$$

1.4. Démontrer que :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad I_n > 0$$

1.5. Après avoir justifié que la suite de terme général $\frac{\pi}{n!} \left(\frac{a^2}{4b}\right)^n$ tend vers 0, démontrer la convergence de la suite $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et déterminer sa limite.

2. Pour tout entier naturel k , la dérivée d'ordre k de P_n est notée $P_n^{(k)}$. Par définition, $P_n^{(0)} = P_n$.

En distinguant les trois cas suivants, démontrer que $P_n^{(k)}(0)$ et $P_n^{(k)}\left(\frac{a}{b}\right)$ sont des entiers relatifs :

2.1. $0 \leq k \leq n-1$

2.2. $n \leq k \leq 2n$

2.3. $k \geq 2n+1$

Pour le cas 2.2, on pourra utiliser la relation entre $P_n^{(k)}(0)$ et le coefficient de x^k dans $P_n(x)$.

3.

3.1. Démontrer que pour tout entier naturel n , I_n est un entier relatif. On pourra procéder par intégrations par parties successives.

3.2. Conclure quant à l'hypothèse $\pi = \frac{a}{b}$.

Partie C : développement en série de Engel et applications

1. Soit $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite croissante d'entiers telle que $a_0 \geq 2$. Démontrer que la suite $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad S_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{a_0 \dots a_k}$$

est convergente de limite inférieure ou égale à $\frac{1}{a_0 - 1}$.

Si x désigne la limite de la suite $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$, on dit que x admet un développement en série de Engel. On notera $x = [a_0, \dots, a_n, \dots]$.

2. Soit $x \in]0, 1]$. On définit deux suites $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ en posant $x_0 = x$ et :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad a_n = 1 + E\left(\frac{1}{x_n}\right) \quad \text{et} \quad x_{n+1} = a_n x_n - 1 \quad \text{où } E \text{ désigne la fonction partie entière.}$$

2.1. Démontrer que les suites $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sont bien définies.

2.2. Démontrer que la suite $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante.

2.3. Démontrer que la suite $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est croissante et que $a_0 \geq 2$.

2.4. En reprenant les notations de la question 1, démontrer que :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad x = S_n + \frac{x_{n+1}}{a_0 \dots a_n}$$

En déduire que x admet un développement en série de Engel.

3. On suppose qu'il existe deux suites distinctes croissantes d'entiers $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telles que $a_0 \geq 2$, $b_0 \geq 2$ et :

$$[a_0, \dots, a_n, \dots] = [b_0, \dots, b_n, \dots]$$

On pose $n_0 = \min \{n \in \mathbb{N} \mid a_n \neq b_n\}$

3.1. Démontrer que $[a_{n_0}, \dots, a_n, \dots] = [b_{n_0}, \dots, b_n, \dots]$.

3.2. Démontrer que si $x = [\alpha_0, \dots, \alpha_n, \dots]$ alors $\alpha_0 x - 1 \leq x$ et en déduire que $\alpha_0 = 1 + E\left(\frac{1}{x}\right)$.

3.3. En déduire l'unicité du développement en série de Engel d'un réel donné dans l'intervalle $]0, 1]$.

4. Déterminer le réel dont le développement en série de Engel est associé à :

4.1. une suite $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ constante égale à c ($c \geq 2$).

4.2. la suite $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $\forall n \in \mathbb{N} \quad a_n = n + 2$.

4.3. la suite $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $\forall n \in \mathbb{N} \quad a_n = (2n + 1)(2n + 2)$.

5. Déterminer le développement en série de Engel du nombre $\text{ch}(\sqrt{2}) - 2$.

6. Démontrer que $x \in]0, 1]$ est rationnel si et seulement si la suite $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de son développement en série de Engel est stationnaire. Pour le sens direct, on pourra commencer par procéder à la division euclidienne du dénominateur de x par son numérateur.

Problème 2 : statistiques et probabilités

Partie A : deux indicateurs de dispersion

En 1801, un astronome italien, Piazzi découvre une nouvelle planète Cérès, qu'il perd bientôt de vue. Le problème posé alors aux scientifiques est le suivant : comment, à partir d'une série de résultats d'observations effectuées par différents astronomes, choisir une valeur qui se rapproche le plus possible de la "vraie position" et prédire ainsi le futur passage de Cérès. Deux options s'affrontent : celle de Laplace, qui propose de minimiser les valeurs absolues des écarts et celle de Gauss et Legendre, qui proposent de minimiser les carrés des écarts.

Dans cette partie, n désigne un entier naturel non nul et (x_1, \dots, x_n) , un n -uplet de réels. On définit sur \mathbb{R} les deux fonctions G et L par :

$$G(x) = \sum_{i=1}^n (x - x_i)^2$$

$$L(x) = \sum_{i=1}^n |x - x_i|$$

1. Minimisation de G

1.1. En écrivant $G(x)$ sous la forme d'un trinôme du second degré, démontrer que la fonction G admet un minimum sur \mathbb{R} et indiquer pour quelle valeur de x il est atteint.

1.2. Que représente d'un point de vue statistique la valeur de x trouvée à la question 1.1 ?

2. Minimisation de L

On supposera dans cette question que la série est ordonnée, c'est-à-dire que :

$$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$$

2.1. Représenter graphiquement la fonction L dans le cas où :

$$n = 3, x_1 = -2, x_2 = 3, x_3 = 4$$

2.2. Représenter graphiquement la fonction L dans le cas où :

$$n = 4, x_1 = -2, x_2 = 2, x_3 = 4, x_4 = 7$$

2.3. Démontrer que la fonction L admet un minimum m sur \mathbb{R} et indiquer pour quelle(s) valeur(s) de x il est atteint.

On distinguera les cas n pair et n impair.

2.4. Que représentent d'un point de vue statistique les valeurs de x trouvées à la question 2.3 ?

Le 7 décembre 1801, Cérés sera observée à l'endroit prévu par les calculs de Gauss. Il prolongera ce travail en établissant, grâce à la théorie des probabilités, que la répartition des erreurs suit une loi normale.

Partie B : théorie de l'information, le cas discret

La théorie de l'information est un modèle mathématique créé par Claude Shannon en 1948, qui vise à quantifier mathématiquement la notion d'incertitude. Elle a depuis connu des développements aussi bien en statistique qu'en physique théorique ou en théorie du codage.

On se place dans cette partie dans un espace probabilisé (Ω, \mathcal{A}, P) .

Étant donné un entier naturel non nul n , on considère un système complet d'événements $A = \{A_1, \dots, A_n\}$ de probabilités respectives (p_1, \dots, p_n) toutes non nulles.

On définit l'**entropie** de ce système par le nombre :

$$H(A) = - \sum_{k=1}^n p_k \ln p_k$$

Ce nombre quantifie l'incertitude, tandis que son opposé quantifie la quantité d'information. L'entropie doit être maximale lorsqu'aucune hypothèse ne peut être privilégiée.

1. Deux exemples

On se place ici dans le cas $n = 4$. Quatre chevaux sont au départ d'une course, et on note A_i l'événement : *Le cheval numéro i remporte la course*. Calculer dans chacun des cas suivants l'entropie du système.

1.1. $p_1 = p_2 = p_3 = p_4$

1.2. $p_1 = \frac{1}{8}, p_2 = \frac{1}{8}, p_3 = \frac{1}{4}, p_4 = \frac{1}{2}$

On va à présent établir la propriété générale suivante :

l'entropie est maximale lorsqu'aucune hypothèse ne peut être privilégiée, c'est-à-dire lorsqu'il y a équiprobabilité.

2. Cas $n = 2$

On considère un système complet $A = \{A_1, A_2\}$.

On pose $p_1 = p$ et $p_2 = 1 - p$.

Démontrer que l'entropie est maximale lorsque les deux événements A_1 et A_2 sont équiprobables.

3. Cas général

3.1. Un résultat préliminaire : l'inégalité de Jensen

Soit f une fonction à valeurs réelles définie sur un intervalle I . On dit que f est convexe sur I si :

$$\forall (x, y) \in I^2, \forall \lambda \in [0, 1], f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y)$$

On considère une fonction f convexe sur I , $(x_1, \dots, x_n) \in I^n$, $(\lambda_1, \dots, \lambda_n) \in \mathbb{R}_+^n$, avec

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$$

Démontrer que :

$$f\left(\sum_{k=1}^n \lambda_k x_k\right) \leq \sum_{k=1}^n \lambda_k f(x_k)$$

On pourra procéder par récurrence sur n , en remarquant que si $\lambda_n \neq 1$:

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k x_k = \lambda_n x_n + (1 - \lambda_n) \left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{\lambda_k}{1 - \lambda_n} x_k \right)$$

3.2. On admet le théorème suivant :

si f est deux fois dérivable sur I , f est convexe sur I si et seulement si f'' est positive sur I .

Démontrer que la fonction $x \mapsto x \ln x$ est convexe sur $]0, 1[$.

3.3. Démontrer que $H(A) \leq \ln n$. Conclure.

Partie C : théorie de l'information, le cas continu

Soit f une fonction à valeurs réelles définie et continue sur \mathbb{R} . On rappelle que f est une densité de probabilité sur \mathbb{R} si f est positive, intégrable sur \mathbb{R} , et que $\int_{\mathbb{R}} f = 1$

Lorsqu'en plus $f \ln f$ est intégrable, on définit l'entropie associée à f par :

$$H(f) = - \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \ln(f(x)) dx$$

On désigne par \mathcal{H} l'ensemble des densités de probabilités qui possèdent une entropie. Le but de cette partie est de déterminer quelle densité maximise l'entropie, c'est-à-dire correspond à la quantité minimale d'information.

1. Deux exemples

On admet que les deux fonctions suivantes sont des densités de probabilité. Calculer l'entropie associée à chacune d'elles.

1.1. g définie sur \mathbb{R} par $g(t) = \frac{e^{-\frac{t^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}$

1.2. h définie par $h(t) = \lambda e^{-\lambda t}$ si $t \geq 0$, $h(t) = 0$ sinon, où λ est un réel strictement positif.

2. Deux résultats préliminaires

2.1. Démontrer que pour tous réels strictement positifs x et y :

$$x \ln y \leq x \ln x + y - x \text{ et } x \ln y = x \ln x + y - x \Leftrightarrow x = y$$

2.2. Soit f une fonction continue et positive sur un intervalle $[a, b]$, avec $a < b$. Démontrer que :

$$\int_a^b f(x) dx = 0 \Rightarrow \forall x \in [a, b], f(x) = 0$$

On pourra procéder par contraposition.

3. Une maximisation d'entropie sous contrainte de moyenne et de variance

On s'intéresse dans cette question aux fonctions de \mathcal{H} d'espérance nulle et de variance égale à 1, c'est-à-dire telles que :

- $t \mapsto tf(t)$ est intégrable sur \mathbb{R} d'intégrale nulle
- $t \mapsto t^2f(t)$ est intégrable sur \mathbb{R} d'intégrale égale à 1.

On appelle \mathcal{N} cet ensemble.

3.1. Démontrer que $g \in \mathcal{N}$, où g désigne la fonction définie à la question 1.1

3.2. Soit f un élément de \mathcal{N} . Démontrer que :

$$- \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \ln(g(x)) dx = H(g)$$

3.3. En utilisant les résultats de la question 2, démontrer que :

- $H(f) \leq H(g)$
- $H(f) = H(g) \Leftrightarrow f = g$

4.2 Énoncés de l'épreuve orale

4.2.1 Exercice

Thème : géométrie analytique

L'exercice

On souhaite planter des orangers dans un jardin qui dispose de deux fontaines. Pour simplifier l'irrigation, les orangers à planter doivent être alignés avec les deux fontaines. Pour modéliser la situation, on se place dans un repère orthonormé dans lequel les points $A(10; 10)$ et $B(87; 31)$ désignent les deux fontaines.

1. Un premier jardinier propose de planter un oranger au point $G(30; 16)$. Cette proposition convient-elle ? Justifiez votre réponse.
2. Un second jardinier propose de planter autant d'orangers que possible en respectant les deux conditions suivantes :
 - chaque oranger est planté sur le segment situé entre les deux fontaines,
 - chaque oranger est planté sur un point dont les deux coordonnées sont entières.Déterminez le nombre maximal d'orangers qu'il est possible de planter en respectant ces deux conditions et précisez leurs coordonnées dans le repère.

Les réponses de trois élèves à la question 1.

Élève n°1

J'ai tracé la droite (AB) sur la figure et j'ai placé le point G. Il semble aligné avec A et B mais ma figure n'est pas très précise.

Élève n°2

$AB = \sqrt{77^2 + 21^2} = 79,8$, $AG = \sqrt{20^2 + 6^2} = 20,9$ et $BG = \sqrt{57^2 + 15^2} = 58,9$
J'ai vérifié que $AB = AG + BG$ donc les points A, B, G sont alignés.

Élève n°3

Si A est l'origine du repère, je connais le point B(77; 21).

Coefficient directeur de (AB) : $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{21}{77} = \frac{3}{11}$.

$\frac{3}{11} \times 30 \approx 8,2$. On ne trouve pas 16, donc G n'est pas sur la droite (AB).

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Analysez les productions de ces élèves, en mettant en évidence les compétences acquises dans le domaine de la géométrie analytique.
- 2- Exposez une résolution de la question 2. de cet exercice comme vous le feriez devant une classe de seconde.
- 3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *géométrie analytique*.

Fonctions

L'exercice

On définit sur \mathbb{R} les fonctions f et g par $f(x) = e^{x+1}$ et $g(x) = e^{\frac{1-x}{2}}$

Dans un repère orthonormé, on considère \mathcal{C} et \mathcal{C}' les courbes respectives des fonctions f et g , et le point $A(-1, 1)$

1. Démontrer que les deux courbes admettent la même tangente au point A , que l'on notera (Δ) .
2. Étudier la position relative de la courbe \mathcal{C} et de la droite (Δ) .
3. Étudier la position relative de la courbe \mathcal{C} et de la droite (Δ) .

Des solutions proposées par trois élèves de Terminale scientifique.

Élève n°1

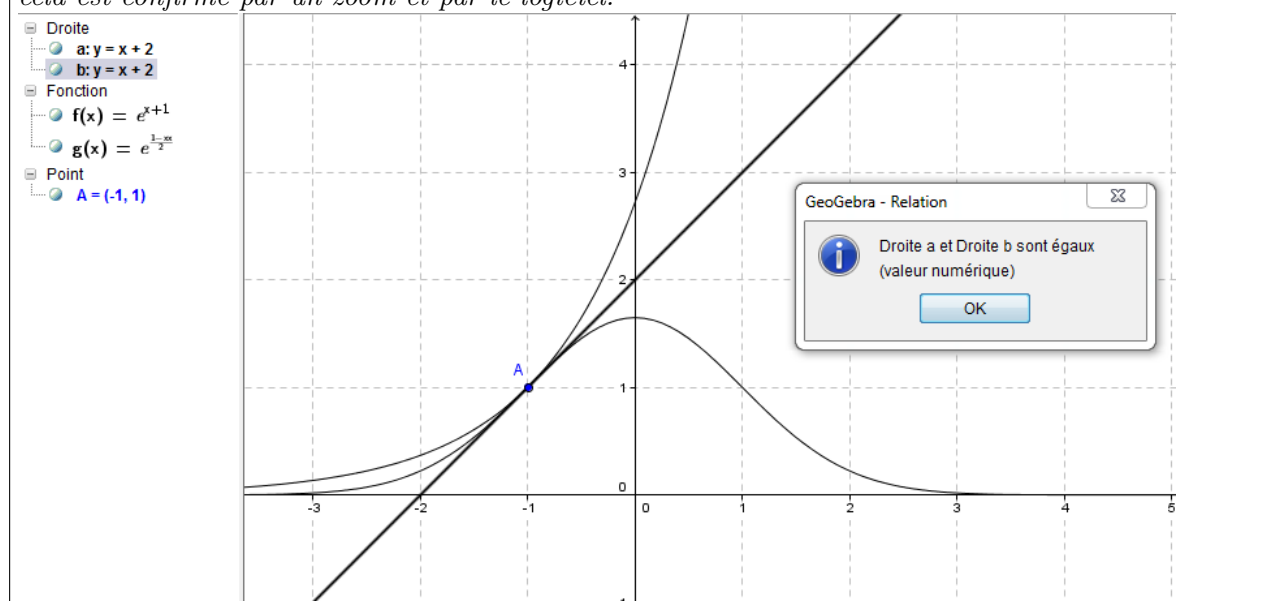
1. $f(-1) = g(-1) = 1$, donc les courbes passent par le même point. CQFD

Élève n°2

2. $f(-1) = 1$, donc comme la fonction f est croissante, elle reste au-dessus de (Δ)

Élève n°3

1. J'ai tracé les deux courbes avec le logiciel, et j'ai fait tracer les deux tangentes : elles sont égales, cela est confirmé par un zoom et par le logiciel.



Le travail à exposer devant le jury

- 1- Analysez les productions de ces élèves, en mettant en évidence les compétences acquises dans le domaine des fonctions.
- 2- Exposez une résolution de la question 3. de cet exercice comme vous le feriez devant une classe de terminale scientifique.
- 3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *fonctions* dont l'un au moins s'appuiera sur l'utilisation d'un logiciel.

Thème : probabilités

L'exercice

On propose le jeu suivant.

On tire au hasard une boule d'une urne contenant cinq boules rouges et une boule verte. On note sa couleur, puis on la remet dans l'urne. On effectue ainsi 4 tirages.

- si les 4 boules tirées sont rouges, le joueur perd ;
- si au moins une des 4 boules tirées est verte, le joueur gagne.

Avez-vous intérêt à jouer à ce jeu ?

Les réponses de trois élèves de seconde

Élève n°1

Comme il y a 5 fois moins de boules vertes, c'est trop risqué de parier sur 4 tirages, il en faudrait 5.

Élève n°2

Si on avait un tirage, on aurait une chance sur 6 de gagner et 5 chances sur 6 de perdre. J'ai fait un arbre comme s'il y avait deux tirages. Il y a 11 chances sur 36 de gagner et 25 chances sur 36 de perdre. Je ne peux pas continuer comme ça ce serait trop long, mais je remarque que les chances de gagner augmentent.

Élève n°3

J'ai repris la simulation du TP "simulation de tirage" et j'ai simulé 500 parties. J'en ai trouvé 248 gagnantes. Mais en recommençant, j'en ai trouvé 252 gagnantes. On ne peut pas savoir si on doit jouer à ce jeu. Ça dépend si on a de la chance ou pas.

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Analysez les productions de ces élèves, en mettant en évidence les compétences acquises dans le domaine des probabilités.
 - 2- Exposez une résolution de cet exercice comme vous le feriez devant une classe de seconde.
 - 3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *probabilités* dont l'un au moins fera appel à une simulation sur tableur.
-

Thème : intégration

L'exercice

1. Déterminer les primitives sur \mathbb{R} de la fonction f définie par :

$$f(x) = 2 \sin(x) \cos(x)$$

2. En déduire la valeur du réel I défini par :

$$I = \int_0^\pi (\sin(x) + \cos(x))^2 dx$$

3. On considère les réels $K = \int_0^\pi \cos^2(x) dx$ et $L = \int_0^\pi \sin^2(x) dx$.

- a) Calculer $K + L$ et $K - L$.
b) En déduire les valeurs de K et L .

Les réponses proposées par trois élèves à la question 1

Élève 1

La primitive de \sin est $-\cos$ et la primitive de \cos est \sin , donc la primitive de f est

$$F(x) = -2 \cos(x) \sin(x)$$

Élève 2

Soit u la fonction cosinus, sa dérivée est moins la fonction sinus ; je reconnais la formule uu' donc les primitives de f sur \mathbb{R} sont :

$$F(x) = \sin^2(x) + k$$

Élève 3

On a $f(x) = 2 \sin(x) \cos(x) = \sin(2x)$, donc les primitives de f sont les fonctions F définies par :

$$F(x) = -\frac{1}{2} \cos(2x) + k \quad (k \in \mathbb{R})$$

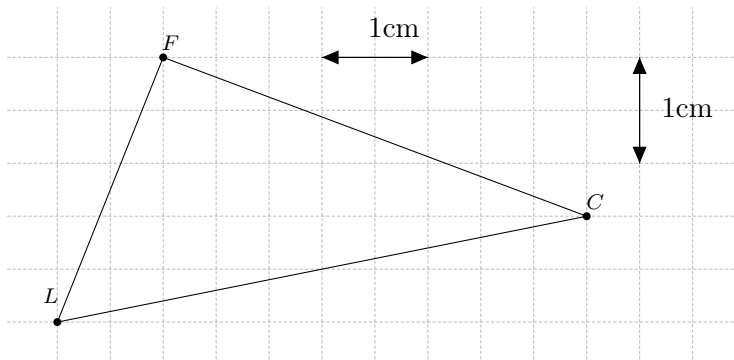
Le travail à exposer devant le jury

- 1- Analysez la production de chaque élève, en mettant en valeur ses connaissances dans le domaine du calcul intégral.
- 2- Proposez une correction de la question 3 telle que vous la présenteriez devant une classe de terminale scientifique.
- 3- Proposez deux ou trois exercices sur le thème *intégration* dont au moins un nécessitera la mise en œuvre d'un algorithme.

Thème : théorème de Pythagore

L'exercice

En utilisant le quadrillage, et sans l'aide de l'équerre, dire si le triangle LCF est rectangle.



Les réponses proposées par quatre élèves.

Élève 1

D'une part $LC^2 = 25$. D'autre part $FC^2 + FL^2 \approx 4,3^2 + 2,7^2 = 21,19$

Donc $LC^2 \neq FC^2 + FL^2$

On n'a pas l'égalité de Pythagore donc le triangle LCF n'est pas rectangle.

Élève 2

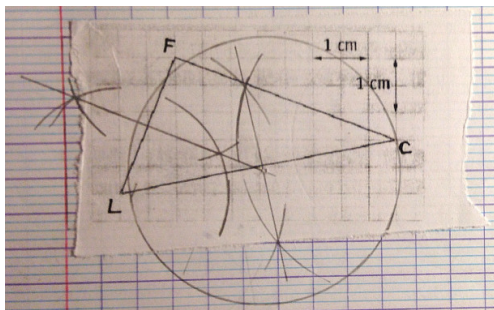
On voit en suivant les lignes que $LC = 5, FC = 4, FL = 2,5$

D'une part $LC^2 = 25$. D'autre part $FC^2 + FL^2 = 4^2 + 2,5^2 = 22,25$

Donc $LC^2 \neq FC^2 + FL^2$

On n'a pas l'égalité de Pythagore donc le triangle LCF n'est pas rectangle.

Élève 3



Non, ce n'est pas un triangle rectangle car le cercle ne passe pas par les trois points.

Élève 4

Oui c'est un triangle rectangle car si on trace le cercle de diamètre l'hypoténuse, il passe par les trois points.

Le travail à exposer devant le jury

- 1- a) Quelles semblent être les erreurs des élèves 1 et 2 ? De quelles compétences dans l'utilisation du théorème de Pythagore témoignent leurs réponses ?
- b) Quels semblent être les acquis de l'élève 2 dans le domaine de géométrie plane ?
- c) Que pensez-vous de la méthode utilisée par les élèves 3 et 4 ? Pour quelle raison arrivent-ils, selon vous, à des conclusions différentes ?
- 2- Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de troisième.
- 3- Proposez deux ou trois exercices faisant appel à l'utilisation du théorème de Pythagore.

Thème : algorithmique

L'exercice

On considère une suite arithmétique (u_n) de premier terme 0 et de raison 2, et une suite géométrique (v_n) , de premier terme 1 et de raison $\frac{3}{2}$.

1. On s'intéresse à l'algorithme ci-contre.
 - a) Appliquer l'algorithme en indiquant clairement les valeurs successives des variables.
 - b) Que représente la valeur de n affichée en sortie de l'algorithme ?
 - c) Modifier l'algorithme pour que les raisons des deux suites soient saisies par l'utilisateur.
 - d) Expliquer pourquoi la modification précédente engendre le risque que l'algorithme ne se termine jamais.
2. Soit n_0 le plus petit entier non nul tel que $v_n > u_n$. On suppose que $n_0 \geq 2$. Démontrer par récurrence que pour tout entier n supérieur ou égal à n_0 , $v_n > u_n$.

début

0 \rightarrow n ;0 \rightarrow u ;1 \rightarrow v ;**tant que** $n = 0$ ou $u \geq v$ **faire**| $n + 1 \rightarrow n$;| $u + 2 \rightarrow u$;| $v \times 1,5 \rightarrow v$;**fin****Sorties** : Afficher n .

fin

La réponse proposée par un élève.

	n	0	1	2	3	4	5	6	7
1. a)	u	0	2	4	6	8	10	12	14
	v	1	1,5	2,25	3,375	5,063	7,593	11,391	17,086

- b) n représente le nombre de fois où il a fallu refaire la boucle « Tant que » ; n est un compteur.
- c) Pour que l'utilisateur puisse saisir les raisons, on crée deux nouvelles variables w et x qui seront saisies par l'utilisateur (saisir valeur w) puis dans la boucle TANT QUE on met $u + w \rightarrow u$ et $v \times x \rightarrow v$.
- d) Si l'utilisateur entre une valeur inférieure à 1 pour x (raison de v), alors $u > v$ et cela de manière permanente.

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Analysez la production de l'élève en mettant en évidence ses compétences dans le domaine de l'algorithmique et la pertinence de ses réponses.
- 2- Présentez une correction de la question 2 de l'exercice tel que vous l'exposeriez devant une classe de terminale scientifique.
- 3- Proposez deux ou trois exercices faisant appel à des algorithmes.

4.2.2 Agir en fonctionnaire de l'État

Thème : usages du numérique

Exposé du cas

Vous devez représenter l'équipe des professeurs de mathématiques de l'établissement une réunion de travail sur les usages pédagogiques du numérique. Dans le courrier du chef d'établissement, il est précisé que pour commencer la réunion, un tour de table permettra à chaque représentant de discipline d'apporter ses réponses aux deux questions suivantes :

- Quelles plus-value apporte le numérique dans sa discipline ?
- Comment cette discipline contribue-t-elle à construire chez les élèves « une attitude responsable dans l'utilisation de l'Internet » ?

Question

Pouvez-vous préciser les éléments de votre contribution ?

Documentation fournie avec le sujet

Document 1 : plan de développement des usages pédagogiques du numérique à l'école, 25 novembre 2010

Afin de faciliter le développement des usages pédagogiques du numérique avec les élèves, il est nécessaire d'aider et d'accompagner les enseignants des collèges et des lycées afin qu'ils utilisent toutes les potentialités des outils et des ressources numériques. C'est dans cette perspective que chaque établissement du second degré nommera, sur la base du volontariat, un enseignant « référent pour les usages pédagogiques numériques ». [...]

Les missions et les activités du référent pour les usages pédagogiques numériques sont les suivantes :

1. Développer et faciliter l'utilisation pédagogique des TICE par les enseignants dans leur activité d'enseignement ;
2. Assurer dans la durée un rôle de coordination et de conseil pour l'établissement

Document 2 : extrait du référentiel B2i Lycée

Domaine 2. Adopter une attitude responsable.

Connaissances principales

- Des lois et des règlements régissent l'usage des TIC.
- La validité des résultats est liée à la validité des données et des traitements informatiques.

Objectif : Être un utilisateur impliqué dans le respect des règles et des usages de l'informatique et de l'internet.

Capacités

L'élève doit être capable de :

- connaître et respecter les règles élémentaires du droit relatif à l'informatique et à l'Internet ;
- protéger sa personne et ses données ;
- faire preuve d'esprit critique face à l'information et à son traitement ;
- participer à des travaux collaboratifs en connaissant les enjeux et en respectant les règles.

Thème : évaluation des élèves

Exposé du cas

À la fin d'une séance d'accompagnement personnalisé, un groupe d'élèves de seconde vous fait part de sa perplexité face à la notation de l'un de vos collègues de mathématiques. Ils vous montrent un exercice ouvert noté sur 4 points de leur dernier devoir en classe. Quatre élèves du groupe ont obtenu la totalité des points sur cet exercice alors qu'un seul d'entre eux a trouvé la solution.

Question

Dans la classe de seconde dans laquelle vous avez en charge l'enseignement des mathématiques, que feriez-vous pour que vos élèves s'approprient vos critères d'évaluation ?

Documentation fournie avec le sujet

Document 1 : introduction du programme de mathématiques de la classe de seconde (BO n°30 du 23 juillet 2009)

L'objectif de ce programme est de former les élèves à la démarche scientifique sous toutes ses formes pour les rendre capables de :

- modéliser et s'engager dans une activité de recherche ;
- conduire un raisonnement, une démonstration ;
- pratiquer une activité expérimentale ou algorithmique ;
- faire une analyse critique d'un résultat, d'une démarche ;
- pratiquer une lecture active de l'information (critique, traitement), en privilégiant les changements de registre (graphique, numérique, algébrique, géométrique) ;
- utiliser les outils logiciels (ordinateur ou calculatrice) adaptés à la résolution d'un problème ;
- communiquer à l'écrit et à l'oral.

[...]

L'évaluation doit être en phase avec les objectifs de formation rappelés au début de cette introduction.

Document 2 : circulaire de rentrée 2012

Le nouveau livret scolaire, qui sera renseigné en 2012-2013 en classes terminales en vue d'une utilisation à la session 2013 du baccalauréat, évolue pour mettre davantage en valeur les compétences de l'élève et la progression de son parcours. Il s'agit, tout en conservant les moyennes de notes chiffrées obtenues par l'élève tout au long de l'année, d'améliorer la précision des critères d'évaluation pour chaque discipline afin de mesurer les réussites de manière plus fine et plus dynamique.

Thème : prévention du redoublement

Exposé du cas

Vous enseignez dans un lycée d'enseignement général et technologique de centre ville. Le proviseur s'inquiète d'un taux de redoublement en fin de seconde et fin de première se situant depuis quelques années à un niveau supérieur à celui du département alors même que les taux de réussite aux examens sont très bons. Il propose aux membres du conseil pédagogique de réfléchir à l'organisation de stages de remise à niveau lors de la première semaine des congés de Toussaint en collaboration avec le lycée polyvalent voisin.

Question

En tant que membre du conseil pédagogique, quelles propositions pourriez-vous faire sur l'organisation d'un tel stage pour qu'il bénéficie effectivement aux élèves auxquels il est destiné ?

Documentation fournie avec le sujet

Document 1 : extrait de la circulaire n° 2010-010 du 29 janvier 2010

« [...] les lycées peuvent organiser des stages sur des périodes de vacances scolaires en tant que de besoins. Les sessions se déroulent sur deux semaines au maximum, à raison d'une durée moyenne de vingt heures par semaine.

Des stages « filés » peuvent également être organisés, dans les lycées qui le souhaitent, hors vacances scolaires et hors temps d'enseignement, notamment les mercredis et/ou les samedis. [...] Ces stages sont prioritairement centrés sur l'acquisition de compétences, de contenus disciplinaires ou d'éléments de méthode. [...] Articulés avec l'accompagnement personnalisé, ces stages ont pour objectif de favoriser la réussite scolaire des élèves en proposant une offre éducative complémentaire ».

Document 2 : extrait du site « l'étudiant »

Les règles du redoublement au lycée.

En fin de seconde, le redoublement est décidé par le conseil de classe. Mais les familles ont le droit de s'y opposer et rencontrent alors le chef d'établissement. Celui-ci peut aller contre l'avis du conseil ou appuyer sa décision. Dans ce dernier cas, les familles peuvent contester le redoublement dans un délai de trois jours auprès de la commission d'appel. Mieux vaut préparer ses arguments (résultats en progression, tests d'orientation favorables, motivations...) car l'avis de la commission est irrévocable. Dans 25 à 30% des cas, les familles obtiennent gain de cause. En fin de première, le conseil de classe ne peut émettre qu'un avis sur le bulletin du lycéen. Il ne peut imposer le redoublement car la classe de première fait partie d'un cycle avec la terminale.

Thème : orientation des filles

Exposé du cas

Membre du conseil pédagogique au sein de votre lycée qui propose de nombreuses filières en CPGE, vous êtes invité par votre chef d'établissement à réfléchir sur une enquête statistique récente qui témoigne du constat suivant : 51% des élèves de séries scientifiques de votre établissement sont des filles et seulement 4% des élèves de CPGE en première année sont des filles.

Suite à de nombreux échanges menés dans le cadre de cette réunion, vous avez pour mission d'animer un groupe d'enseignants en charge de proposer des actions visant à développer la motivation des jeunes filles dans ces filières.

Question

En tant que professeur de mathématiques et membre du conseil pédagogique de votre lycée, comment organisez-vous le travail de ce groupe ?

Documentation fournie avec le sujet

Document : Extrait du site de l'association "Animath"

Filles et maths, une équation lumineuse.

Les journées « Filles et maths : une équation lumineuse » sont une initiative destinée à encourager les filles à s'orienter vers des études de mathématiques et plus généralement des études scientifiques et techniques. Ces journées sont organisées par les associations femmes & mathématiques et "Animath" et sont destinées à des filles en fin de collège, au lycée, et en classes préparatoires.

[...]

Argumentaire : Il y a un vrai problème avec l'orientation des filles.

On le sait bien : les filles sont de meilleures élèves que les garçons. Mais ces derniers négocient mieux leurs acquis en s'orientant vers des filières qui, à ce jour, assurent une meilleure insertion professionnelle. Quelques chiffres : les filles représentent 46% des bacheliers S, mais seulement 40% des bacheliers S en spécialité mathématiques... et 17% à Polytechnique. Pourquoi ? Entre autres explications, filles et garçons intériorisent encore les stéréotypes véhiculés par la Société sur les rôles et les compétences différenciées filles-garçons.

L'âge décisif des choix d'orientation se situant avant 15 ans, certaines de ces journées s'adressent à des jeunes filles de cet âge, élèves en Troisième et Seconde. D'autres ciblent des jeunes filles de 16-18 ans, en classes de Première S et Terminale S, ou en classes préparatoires.

Il s'agit de leur faire rencontrer de manière informelle des femmes qui les ont précédées, doctorantes, mathématiciennes jeunes et moins jeunes, femmes ingénieurs ; de leur montrer les débouchés très divers des études de mathématiques et les métiers scientifiques. Ce sont des moments d'échange, de rencontre entre mathématicien-ne-s, professeur-e-s de mathématiques et élèves/étudiantes.

Thème : vie scolaire

Exposé du cas

A la fin d'un de vos cours, vous entendez des cris au fond de la classe. Deux élèves s'interpellent violemment et s'insultent. Ils en viennent aux mains. L'un d'eux frappe l'autre au visage et lui casse ses lunettes.

Question

Quelles dispositions prenez-vous dans l'immédiat, à court et à moyen terme ?

Documentation fournie avec le sujet

Extrait de la circulaire n° 2011-111 du 1-8-2011- BOEN spécial n°6 du 25 août 2011

Organisation des procédures disciplinaires dans les collèges, les lycées et les établissements régionaux d'enseignement adapté, mesures de prévention et alternatives aux sanctions.[...]

A-définitions

1 - Les punitions scolaires

Les punitions scolaires concernent essentiellement les manquements mineurs aux obligations des élèves et les perturbations dans la vie de la classe ou de l'établissement. Elles sont prises en considération du comportement de l'élève indépendamment des résultats scolaires. Elles constituent de simples mesures d'ordre intérieur, qui peuvent être infligées par les enseignants ou d'autres personnels de l'établissement. À ce titre et à la différence des sanctions, elles ne sont pas susceptibles de recours devant le juge administratif. Les punitions ne sont pas mentionnées dans le dossier administratif des élèves concernés mais les parents doivent en être tenus informés.

Les punitions doivent s'inscrire dans une démarche éducative partagée par l'ensemble des équipes et de la communauté éducative. Il appartient au chef d'établissement de soumettre au conseil d'administration les principes directeurs qui devront présider au choix des punitions applicables. Ces principes seront énoncés dans le règlement intérieur, dans un souci de cohérence et de transparence. Ils constitueront un cadre de référence obligatoire.

2 - Les sanctions disciplinaires

Les sanctions disciplinaires concernent les manquements graves ou répétés aux obligations des élèves et notamment les atteintes aux personnes et aux biens. Les sanctions sont fixées de manière limitative à l'article R. 511-13 du code de l'Éducation. Elles sont inscrites au dossier administratif de l'élève. Les sanctions peuvent être assorties d'un sursis total ou partiel. Il s'agit néanmoins de sanctions à part entière. Il peut en effet s'avérer préférable, dans un souci pédagogique et éducatif, de ne pas rendre la sanction immédiatement exécutoire tout en signifiant clairement à l'élève qu'une nouvelle atteinte au règlement intérieur l'expose au risque de la mise en œuvre de la sanction prononcée avec sursis. La sanction prononcée avec sursis figure à ce titre dans le dossier administratif de l'élève. Toutefois, dans une telle hypothèse, la sanction est prononcée, mais elle n'est pas mise à exécution ou, en cas de sursis partiel, dans la limite de la durée fixée par le chef d'établissement ou le conseil de discipline. Lorsqu'il prononce une sanction avec sursis, le chef d'établissement ou le conseil de discipline informe l'élève que le prononcé d'une seconde sanction, pendant un délai à déterminer lors du prononcé de cette sanction, l'expose automatiquement à la levée du sursis et à la mise en œuvre de la sanction initiale, sauf décision de l'autorité disciplinaire qui prononce la seconde sanction. Même si, dans ce dernier cas, la sanction initiale n'est pas mise en œuvre, elle ne se confond pas avec la sanction prononcée pour la seconde infraction au règlement intérieur.

Thème : travail en équipe

Exposé du cas

Vous êtes nommé dans un collège où le travail d'équipe se réduit à organiser un brevet blanc commun aux classes de troisième.

Question

Quels arguments avancez-vous pour développer ce travail d'équipe et quelles propositions concrètes faites-vous à vos collègues ?

Documentation fournie avec le sujet

Document 1 : extrait de la circulaire 97-123 du 23/05/1997 adressée aux recteurs d'académie, aux directeurs des IUFM

[...]

Conscient du caractère global et de la cohérence que doit avoir la formation de l'élève, il [le professeur] a une connaissance précise des différents niveaux auxquels sa discipline est enseignée et de leur articulation. Il a repéré des convergences et des complémentarités avec d'autres disciplines ainsi que des différences de langage et de démarche. Il a le souci d'établir des collaborations avec ses collègues de la même discipline et d'autres disciplines ainsi qu'avec le professeur documentaliste.

Document 2 : compétences professionnelles à acquérir par les professeurs, documentalistes et CPE - BOEN n°29 du 22 juillet 2010

[...]

9 - Travailler en équipe et coopérer avec les parents et les partenaires de l'école Le professeur participe à la vie de l'école ou de l'établissement. Il contribue également à la vie de l'institution scolaire à l'échelle de la circonscription du premier degré, du département, de l'académie ou même à celle du territoire national en participant à la formation initiale et continue des professeurs. Il travaille avec les équipes éducatives de l'école et de ses classes ainsi qu'avec des enseignants de sa ou de ses disciplines. Le conseil des maîtres à l'école, le conseil pédagogique au collège ou au lycée constituent des instruments privilégiés du travail en équipe. Le professeur coopère avec les parents et les partenaires de l'école. Il aide l'élève à construire son projet d'orientation.

Document 3 : entretien avec Anne Barrère, sociologue - Fenêtre sur cour - décembre 2010

Comment définir le travail en équipe ?

Il faut s'entendre sur le sens des mots car cette question apparaît comme une nébuleuse qui recouvre des notions multiples : partenariat, collaboration, entraide, coopération... Dans le système éducatif, il m'apparaît important de distinguer le travail en commun autour des élèves associant des professionnels aux statuts différents et ce qui constitue un réel travail ensemble de la part d'enseignants qui effectuent les mêmes missions.

5. ANNEXES

5.1. Ressources numériques et logiciels à disposition des candidats

Textes officiels

- réglementation du concours ;
- programmes de Mathématiques des classes de collège, de lycée et des sections de technicien supérieur ;
- documents ressources pour le collège et le lycée ;
- extrait de l'arrêté du 12 mai 2010 spécifiant les compétences professionnelles des maîtres.

Logiciels

- Algobox ;
- ClassPad Manager ;
- Geogebra ;
- Geoplan ;
- Geospace ;
- Maxima ;
- OpenOffice.org ;
- Python ;
- Scilab ;
- TI-NSpire CAS TE ;
- TI-SmartView 83 Plus.fr ;
- Xcas.

L'utilisation de tout support numérique personnel est exclue.

L'usage des téléphones mobiles et de toute forme d'accès à internet est interdit dans l'enceinte du concours.

Manuels numériques

- BORDAS : Indice 2^{de}, 1^{re} S, Terminale S (spécifique) ;
- DIDIER : Hélice 6^e, Horizon 4^e, Math'x : 2^{de}, 1^{re} S, Terminale S (spécifique), Terminale S (spécialité) ;
- HATIER : Triangle : 6^e, 5^e, 4^e, 3^e, Odyssée : 2^{de}, 1^{re} S, 1^{re} ES-L, Terminale S (spécifique), Terminale S (spécialité), Terminale ES-L (spécifique et spécialité) ;
- NATHAN : Transmath 6^e, 5^e, 4^e, 3^e, Transmath 2^{de}, 1^{re} S, 1^{re} ES-L, Terminale S (spécifique), Terminale ES-L (spécifique et spécialité), Hyperbole : 2^{de}, 1^{re} S, 1^{re} ES-L, Terminale S (spécifique), Terminale ES-L (spécifique et spécialité).

Le jury remercie les éditeurs de logiciels et de manuels ayant mis gracieusement leurs produits à la disposition du concours.

5.2 Bibliothèque du concours

Le candidat peut utiliser des ouvrages personnels. Seuls sont autorisés les livres en vente dans le commerce, à condition qu'ils ne soient pas annotés et à l'exclusion des manuels spécifiques de préparation aux épreuves orales du concours, qu'ils concernent les sujets de leçons ou la partie agir en fonctionnaire de l'État. Le jury se réserve la possibilité d'interdire l'usage de certains ouvrages dont le contenu serait contraire à l'esprit des épreuves.

La bibliothèque du concours propose quelques exemplaires de manuels du collège, du lycée et des sections de technicien supérieur.

Ouvrages disponibles lors de la session 2013

Sixième	Bordas	Myriade	2009
	Didier	Hélice	2009
	Hachette Education	Phare	2009
	Hatier	Triangle	2009
Cinquième	Bordas	Myriade	2010
	Hachette Education	Phare	2010
	Hatier	Triangle	2010
Quatrième	Belin	Prisme	2011
	Bordas	Myriade	2011
	Didier	Horizon	2011
	Hachette Education	Phare	2011
	Hatier	Triangle	2011
Troisième	Hachette Education	Phare	2012
	Hatier	Triangle	2012
Seconde	Belin	Symbole	2009
	Bordas	Pixel	2010
	Didier	Math'x	2010
	Hachette Education	Déclic	2010
		Repères	2010
	Hatier	Odyssée	2010
	Nathan	Hyperbole	2010
		Transmath	2010
		Travailler en confiance	2010
Première S	Belin	Symbole	2011
	Bordas	Indice	2011
	Didier	Math'x	2011
	Hachette Education	Déclic	2011
		Repères	2011
	Hatier	Odyssée	2011
	Nathan	Hyperbole	2011
Transmath		2011	
Première ES	Bordas	Indice	2011
	Hachette Education	Déclic	2011
	Hatier	Odyssée	2011
Première STI2D-STL	Foucher	Sigma	2011
Terminale S	Bordas	Indice (enseignement spécifique)	2012
		Indice (enseignement de spécialité)	2012
	Hachette Education	Déclic (enseignement spécifique et de spécialité)	2012
		Repères (enseignement spécifique et de spécialité)	2012
	Hatier	Odyssée (enseignement spécifique)	2012
		Odyssée (enseignement de spécialité)	2012

Terminale ES-L	Bordas	Indice (enseignement spécifique)	2012
		Indice (enseignement de spécialité)	2012
	Hatier	Odyssée (enseignement spécifique et de spécialité)	2005
Sections de technicien supérieur	Foucher	Sigma (BTS industriels, groupement BCD, analyse et algèbre)	2009
		Sigma (BTS industriels, groupement BCD, statistique et probabilités)	2009
		Sigma (BTS industriels, groupement A, tome 1)	2002
		Sigma (BTS industriels, groupement A, tome 2)	2002