



**MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE
ET DE LA JEUNESSE**

*Liberté
Égalité
Fraternité*

Rapport du jury

Concours : CAPES externe et CAFEP-CAPES

Section : mathématiques

Session 2023

Rapport du jury présenté par : Xavier SORBE, Inspecteur général de l'éducation, du sport et de la recherche, Président du jury.

Conseil aux futurs candidats

Il est recommandé aux candidats de s'informer sur les modalités du concours.

Les renseignements généraux (conditions d'accès, épreuves, carrière, etc.) sont donnés sur le site du ministère de l'Éducation nationale et de la Jeunesse :

<http://www.devenirenseignant.gouv.fr/>

Le jury du CAPES externe de Mathématiques met à disposition des candidats et des formateurs un site spécifique :

<http://capes-math.org/>

Les épreuves écrites de cette session se sont tenues les 30 et 31 mars 2023.

Les épreuves orales se sont déroulées du 13 au 29 juin 2023, dans les locaux du lycée Frédéric Chopin à Nancy.

Le jury remercie chaleureusement l'équipe de direction et l'ensemble des personnels du lycée Chopin pour la grande qualité de leur accueil, ainsi que la division des examens et concours du rectorat de Nancy-Metz qui a contribué avec beaucoup d'attention au bon déroulement du concours.

Table des matières

TABLE DES MATIERES.....	4
1. PRESENTATION DU CONCOURS.....	5
1.1 DEFINITION DES EPREUVES.....	5
1.2 PROGRAMME DU CONCOURS.....	7
1.3 COMPOSITION DU JURY.....	7
2. QUELQUES STATISTIQUES.....	8
2.1 HISTORIQUE.....	8
2.2 REPARTITION DES NOTES : EPREUVES D'ADMISSIBILITE.....	10
2.3 REPARTITION DES NOTES : EPREUVES D'ADMISSION.....	12
2.4 AUTRES DONNEES.....	14
3. ÉNONCES.....	16
3.1 SUJETS DES EPREUVES ECRITES.....	16
3.2 SUJETS DE L'ÉPREUVE DE LEÇON.....	16
4. ANALYSE ET COMMENTAIRES : EPREUVES ECRITES.....	17
4.1 PREMIERE EPREUVE ECRITE.....	17
4.2 SECONDE EPREUVE ECRITE.....	24
5. ANALYSE ET COMMENTAIRES : EPREUVES ORALES.....	28
5.1 ÉPREUVE DE LEÇON.....	28
5.2 ÉPREUVE D'ENTRETIEN.....	35
6. ANNEXE : RESSOURCES MISES A DISPOSITION DES CANDIDATS.....	38

1. Présentation du concours

1.1 Définition des épreuves

Les concours de recrutement de professeurs certifiés sont régis par l'arrêté du 25 janvier 2021 (MENH2033181A).

A. - Épreuves d'admissibilité

1° Épreuve disciplinaire

L'épreuve permet d'apprécier la connaissance des notions du programme et l'aptitude à les mobiliser pour résoudre des problèmes. Elle sollicite également les capacités de raisonnement, de démonstration et d'expression écrite du candidat.

Le sujet est constitué d'un ou plusieurs problèmes.

Durée : cinq heures.

L'épreuve est notée sur 20.

Coefficient 2.

Une note globale égale ou inférieure à 5 est éliminatoire.

2° Épreuve disciplinaire appliquée

L'épreuve permet d'apprécier l'aptitude du candidat à mobiliser ses connaissances et compétences mathématiques et didactiques dans une perspective professionnelle. Le sujet est constitué d'un dossier pouvant comprendre un ou plusieurs énoncés d'exercices, des productions d'élèves, des documents institutionnels (extraits de programmes ou de ressources d'accompagnement), des extraits de manuels scolaires ou d'autres supports. Il est attendu du candidat :

- la résolution des exercices proposés ;
- une analyse de leur pertinence au regard des objectifs des programmes ;
- une évaluation des productions d'élèves (identification et traitement d'erreurs, valorisation de réussites, propositions de remédiation ou d'approfondissement) ;
- la conception d'une séquence portant sur un thème en lien avec les exercices du dossier (structuration du cours, choix d'activités, cohérence didactique, réflexion sur l'usage d'outils numériques, intégration d'éléments d'histoire des mathématiques, liens avec d'autres disciplines, etc.).

Durée : cinq heures.

L'épreuve est notée sur 20.

Coefficient 2.

Une note globale égale ou inférieure à 5 est éliminatoire.

B. - Épreuves d'admission

1° Épreuve de leçon

L'épreuve a pour objet la conception et l'animation d'une séance d'enseignement.

Elle permet d'évaluer la maîtrise mathématique, les compétences didactiques et pédagogiques du candidat et la pertinence de l'utilisation des supports (outils numériques, manuels, tableau).
Le candidat tire au sort deux sujets comportant chacun l'intitulé d'une leçon. Il choisit l'une d'entre-elles. Pendant vingt minutes maximum, il expose un plan d'étude hiérarchisé et détaillé de la leçon. Il est attendu du candidat un recul correspondant au niveau master.
L'exposé est suivi, pendant dix minutes maximum, du développement par le candidat d'une partie de ce plan, puis d'un entretien de trente minutes maximum avec le jury.
Le développement a pour objet l'exposé par le candidat d'un élément significatif de son plan, choisi par le jury.
L'entretien avec le jury permet au candidat de justifier la cohérence du plan, de préciser certains aspects du développement et de mettre en valeur sa culture relative à la leçon traitée.
Pendant la préparation de l'épreuve et lors de l'interrogation, le candidat peut utiliser le matériel informatique mis à sa disposition. Il a également accès à la bibliothèque numérique du concours et peut, dans les conditions définies par le jury, utiliser des ouvrages personnels.

Durée de préparation : 2 heures et 30 minutes.

Durée de l'épreuve : 1 heure.

Coefficient 5.

2° Épreuve d'entretien

L'épreuve d'entretien avec le jury porte sur la motivation du candidat et son aptitude à se projeter dans le métier de professeur au sein du service public de l'éducation.

L'entretien comporte une première partie d'une durée de quinze minutes débutant par une présentation, d'une durée de cinq minutes maximum, par le candidat des éléments de son parcours et des expériences qui l'ont conduit à se présenter au concours en valorisant notamment ses travaux de recherche, les enseignements suivis, les stages, l'engagement associatif ou les périodes de formation à l'étranger. Cette présentation donne lieu à un échange avec le jury.

La deuxième partie de l'épreuve, d'une durée de vingt minutes, doit permettre au jury, au travers de deux mises en situation professionnelle, l'une d'enseignement, la seconde en lien avec la vie scolaire, d'apprécier l'aptitude du candidat à :

- s'approprier les valeurs de la République, dont la laïcité, et les exigences du service public (droits et obligations du fonctionnaire dont la neutralité, lutte contre les discriminations et stéréotypes, promotion de l'égalité, notamment entre les filles et les garçons, etc.) ;
- faire connaître et faire partager ces valeurs et exigences.

Le candidat admissible transmet préalablement une fiche individuelle de renseignement établie sur le modèle figurant à l'annexe VI du présent arrêté.

Pas de temps de préparation.

Durée de l'épreuve : 35 minutes

Coefficient 3.

1.2 Programme du concours

Le programme des épreuves est constitué des programmes du collège et du lycée général et technologique en vigueur, auxquels s'ajoute, pour la première épreuve d'admissibilité, un [programme spécifique](#) publié pour chaque session sur le site internet du ministère chargé de l'éducation nationale.

1.3 Composition du jury

Le jury du CAPES et du CAFEP section Mathématiques, pour la session 2023 était constitué de 148 personnes (80 femmes et 68 hommes), qui ont été nommées par un arrêté du ministre de l'éducation nationale, de la jeunesse et des sports en date du 21 mars 2023.

2. Quelques statistiques

2.1 Historique

Cette deuxième année de mise en œuvre de la réforme des concours de recrutement d'enseignants (concours à la fin du M2) a donné lieu à un léger rebond du nombre de candidats.

Comme chaque année, on enregistre cependant une forte érosion entre le moment de l'inscription au concours et la participation aux épreuves écrites (50% d'absents).

1495 candidats se sont présentés aux épreuves d'admissibilité du CAPES externe pour 1040 postes offerts au concours.

De plus, l'absentéisme aux épreuves orales reste important même si légèrement en baisse, avec un taux égal à 12,2% contre 12,9% en 2022.

Afin de maintenir le niveau d'exigence que requiert le recrutement de professeurs certifiés, la barre d'admission de 8 sur 20, adoptée lors des sessions 2018, 2019, 2021 et 2022 a été reconduite, ce qui a permis de recruter 793 candidats.

CAPES	Postes	Inscrits	Présents	Présents/ Inscrits	Admissibles	Admissibles/ Présents	Admis	Admis/ Présents
2023	1040	3004	1495	50%	1172	78%	793	53%
2022	1035	2185	981	45%	817	83%	558	57%
2021	1167	3820	2075	54%	1706	82%	1067	51%
2020	1185	3653	1928	53%	---	---	1045	54%
2019	1200	4563	2139	47%	1706	80%	973	45 %
2018	1183	5074	2263	45%	1760	78%	1070	47%
2017	1440	5249	2306	44%	1942	84%	1066	46%
2016	1440	5373	2288	43%	1870	82%	1137	50%
2015	1440	4645	2205	47%	1803	82%	1097	50%
2014	1243	4268	2327	55%	1892	81%	838	36%
2014e	1592	4763	2454	52%	1903	78%	794	32%
2013	1210	3390	1613	48%	1311	81%	817	51%
2012	950	3194	1464	46%	1176	80%	652	45%
2011	950	2862	1285	45%	1047	81%	574	45%
2010	846	4020	2695	67%	1919	71%	846	31%
2009	806	4243	3160	74%	1836	58%	806	26%
2008	806	4711	3453	73%	1802	52%	806	23%
2007	952	5388	3875	72%	2102	54%	952	25%
2006	952	5787	3983	69%	2043	51%	952	24%
2005	1310	6086	4074	67%	2473	61%	1310	32%

440 candidats se sont présentés aux épreuves d'admissibilité du CAFEP pour 188 postes offerts au concours, de sorte que tous les postes ont été pourvus (moyenne du dernier admis : 103,28/240).

Deux candidats ont été inscrits sur une liste complémentaire.

CAFEP	Postes	Inscrits	Présents	Présents/ Inscrits	Admissibles	Admissibles / Présents	Admis	Admis/ Présents
2023	188	893	440	49%	329	75%	188 (+ 2)	43%
2022	186	796	378	47%	305	81%	186 (+ 2)	49%
2021	192	1016	526	52%	390	74%	192 (+2)	37%
2020	210	944	466	49%	---	---	210 (+4)	45%
2019	173	1182	498	42%	343	69%	172	35%
2018	174	1269	567	44%	337	59%	170	30%
2017	176	1318	642	49%	397	62%	176	27%
2016	174	1273	549	43%	410	75%	174	32%
2015	178	1039	495	48%	388	78%	178	36%
2014	151	747	452	61%	342	76%	136	30%
2014e	155	971	493	51%	342	69%	155	31%
2013	105	703	359	51%	272	76%	105	29%
2012	75	736	319	43%	214	67%	75	24%
2011	90	618	276	45%	198	72%	90	33%
2010	155	879	554	63%	308	56%	119	21%
2009	109	901	633	70%	268	42%	109	17%
2008	155	964	631	65%	200	32%	90	14%
2007	160	1019	693	68%	267	39%	123	18%
2006	135	1096	689	63%	283	41%	126	18%
2005	177	1051	644	61%	279	43%	139	22%

2.2 Répartition des notes : épreuves d'admissibilité

Les données suivantes concernent les concours du CAPES et du CAFEP réunis. Sauf mention contraire, les notes indiquées sont sur 20.

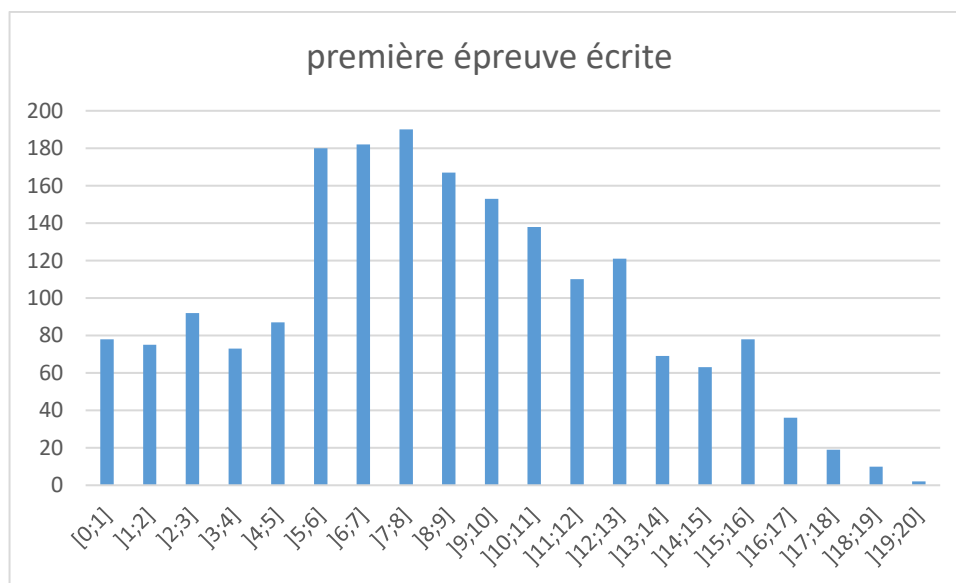
La moyenne du dernier admissible a été de 5,15 au CAPES et 5,38 au CAFEP.

110 candidats inscrits au CAPES et 40 au CAFEP ayant un total supérieur à la barre théorique mais ayant obtenu une note inférieure ou égale à 5 à au moins l'une des deux épreuves ont été éliminés.

28 candidats se sont présentés à une seule des deux épreuves.

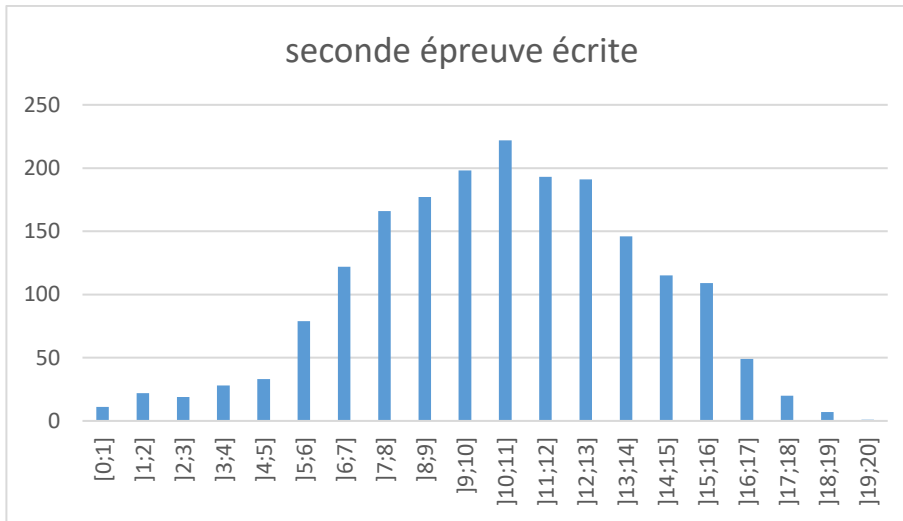
Première épreuve écrite (sur 20)

Moyenne	Écart type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
8,28	4,20	5,43	8,03	11,23



Seconde épreuve écrite

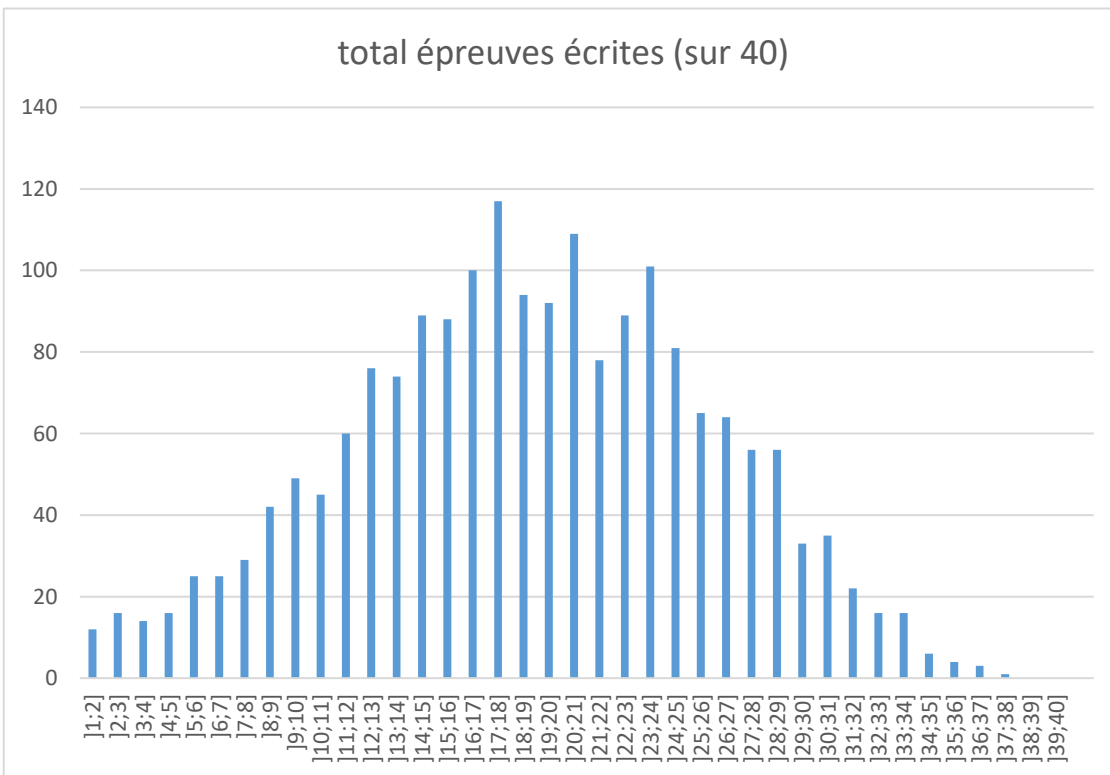
Moyenne	Écart type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
10,37	3,47	8,00	10,50	12,85



Le coefficient de corrélation linéaire entre les notes des deux épreuves écrites est 0,73.

Total des épreuves écrites (sur 40)

Moyenne	Écart type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
18,71	7,12	13,87	18,84	23,80

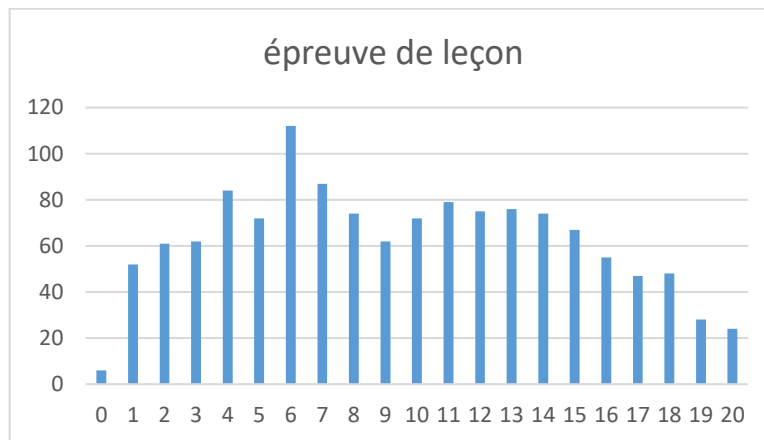


2.3 Répartition des notes : épreuves d'admission

La moyenne des notes obtenues par les candidats à la première épreuve orale est en augmentation de 0,30 point par rapport à la session 2022.

Première épreuve orale (épreuve de leçon)

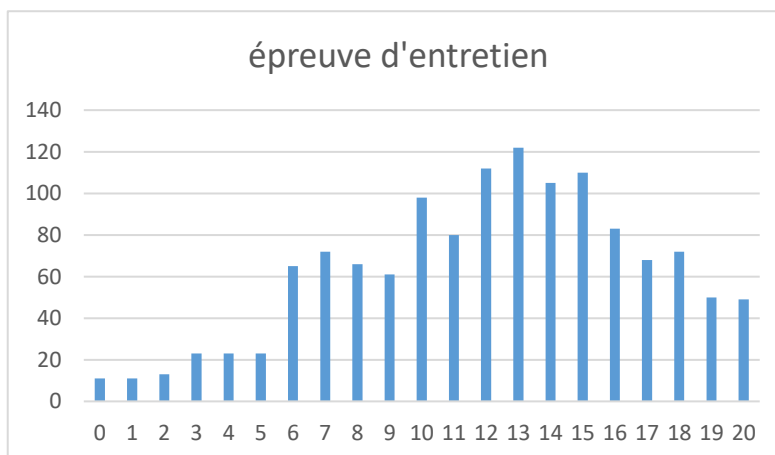
Moyenne	Écart type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
9,54	5,17	5,00	9,00	14,00



La moyenne des notes obtenues par les candidats à la seconde épreuve orale est stable par rapport à la session 2022 (11,98).

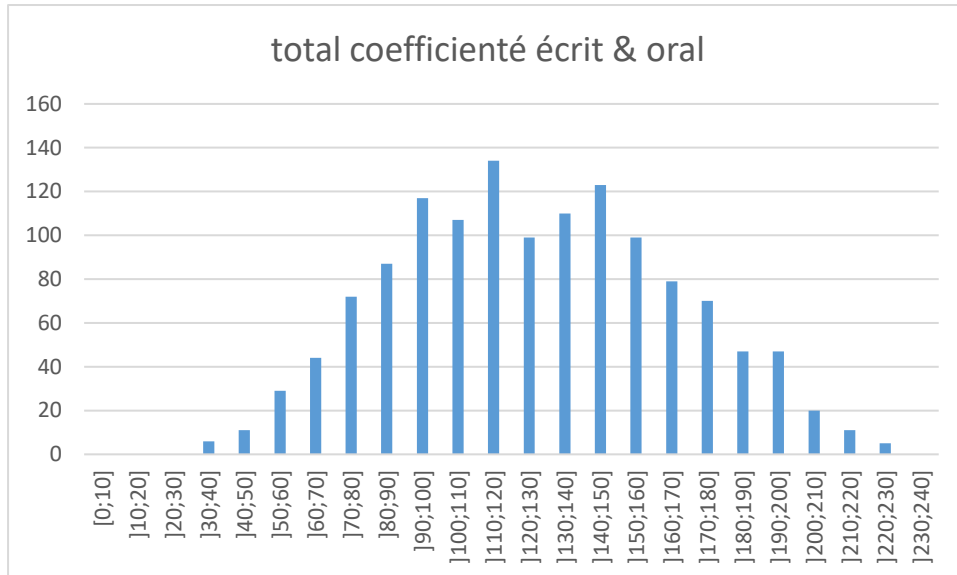
Seconde épreuve orale (épreuve d'entretien)

Moyenne	Écart type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
12,08	4,58	9,00	13,00	15,00



Total (coefficienté) des épreuves orales (sur 160)

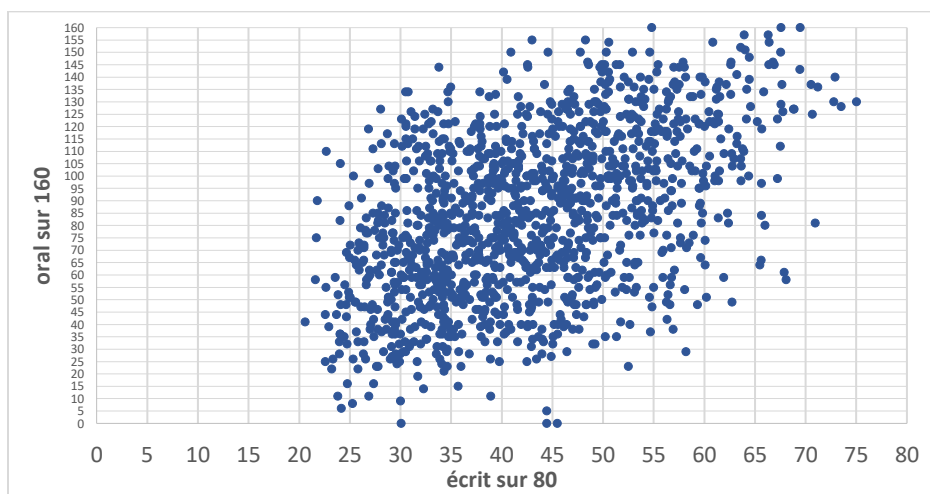
Moyenne	Écart type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
83,90	32,58	59,00	83,00	109,00



Voici quelques coefficients de corrélation entre les différentes épreuves :

- épreuves écrites – épreuves orales : 0,48 ;
- première épreuve orale – seconde épreuve orale : 0,29 ;
- épreuves écrites – première épreuve orale : 0,52 ;

Le nuage de points ci-dessous donne la répartition des notes obtenues à l'écrit (en abscisse) et à l'oral (en ordonnée) par les candidats admissibles.



2.4 Autres données

Les données suivantes concernent les concours du CAPES et CAFEP réunis. Elles ont été établies à partir des renseignements fournis par les candidats au moment de leur inscription.

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
Homme	2352	60%	1199	62%	963	64%	601	61%
Femme	1545	40%	736	38%	538	36%	382	39%
Total	3897		1935		1501		983	

AGE	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
18-19	1	0.0%	1	0.1%	0	0.0%	0	0.0%
20-24	838	21.5%	711	36.7%	669	44.6%	541	55.0%
25-29	818	21.0%	481	24.9%	363	24.2%	221	22.5%
30-34	514	13.2%	210	10.9%	147	9.8%	71	7.2%
35-39	416	10.7%	135	7.0%	80	5.3%	36	3.7%
40-44	389	10.0%	115	5.9%	62	4.1%	30	3.1%
45-49	373	9.6%	112	5.8%	63	4.2%	33	3.4%
50-54	305	7.8%	98	5.1%	68	4.5%	34	3.5%
55-59	169	4.3%	50	2.6%	34	2.3%	12	1.2%
60-64	61	1.6%	19	1.0%	14	0.9%	5	0.5%
65-69	13	0.3%	3	0.2%	1	0.1%	0	0.0%

	Inscrits	Présents	Admissibles	Admis
Âge du plus jeune	18,8	18,8	21,2	21,3
Âge du plus âgé	68,1	67,0	66,7	64,1
Âge moyen	35,5	31,5	30,1	28,3

PROFESSION	inscrits		présents		admissibles		admis	
ETUDIANTS INSPE 1ERE ANNEE	32	1%	26	1%	21	1%	16	2%
ETUDIANTS INSPE 2EME ANNEE	679	17%	629	33%	585	39%	461	47%
ETUDIANTS HORS INSPE	321	8%	235	12%	219	15%	171	17%
ASSISTANT D'EDUCATION	104	3%	64	3%	34	2%	16	2%
EMPLOIS D'AVENIR PROFESSEUR	6	0%	2	0%	2	0%	1	0%
CONTRACTUELS	569	15%	263	14%	170	11%	86	9%
MAITRES AUXILIAIRES	163	4%	85	4%	61	4%	32	3%
ACCOMPAGNANT ELEVE SIT. HAND.	41	1%	11	1%	0	0%	0	0%
VACATAIRES	78	2%	36	2%	20	1%	10	1%
ENSEIGNANTS EDUC. NATIONALE	252	6%	79	4%	42	3%	17	2%
AUTRES FONCTIONNAIRES	175	4%	55	3%	35	2%	13	1%
CADRES SECT PRIVE	391	10%	84	4%	54	4%	27	3%
SANS EMPLOI	594	15%	228	12%	170	11%	88	9%
AUTRES	492	13%	138	7%	88	6%	45	5%
TOTAL	3897	100%	1935	100%	1501	100%	983	100%

ACADÉMIE	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
AIX MARSEILLE	201	5.2%	112	5.8%	86	5.7%	48	4.9%
AMIENS	77	2.0%	35	1.8%	28	1.9%	16	1.6%
BESANCON	66	1.7%	43	2.2%	36	2.4%	22	2.2%
BORDEAUX	154	4.0%	84	4.3%	68	4.5%	43	4.4%
CLERMONT-FERRAND	58	1.5%	28	1.4%	24	1.6%	21	2.1%
CORSE	9	0.2%	5	0.3%	4	0.3%	4	0.4%
DIJON	53	1.4%	27	1.4%	22	1.5%	14	1.4%
GRENOBLE	147	3.8%	72	3.7%	59	3.9%	39	4.0%
LA GUADELOUPE	38	1.0%	17	0.9%	9	0.6%	6	0.6%
LA GUYANE	18	0.5%	7	0.4%	5	0.3%	2	0.2%
LA RÉUNION	102	2.6%	58	3.0%	42	2.8%	25	2.5%
LILLE	220	5.6%	118	6.1%	88	5.9%	69	7.0%
LIMOGES	37	0.9%	22	1.1%	17	1.1%	12	1.2%
LYON	222	5.7%	106	5.5%	83	5.5%	52	5.3%
LA MARTINIQUE	21	0.5%	9	0.5%	3	0.2%	2	0.2%
MAYOTTE	21	0.5%	10	0.5%	6	0.4%	0	0.0%
MONTPELLIER	144	3.7%	70	3.6%	57	3.8%	36	3.7%
NANCY-METZ	117	3.0%	71	3.7%	60	4.0%	46	4.7%
NANTES	167	4.3%	100	5.2%	83	5.5%	60	6.1%
NICE	127	3.3%	50	2.6%	33	2.2%	24	2.4%
NORMANDIE	150	3.8%	84	4.3%	68	4.5%	46	4.7%
NOUVELLE CALÉDONIE	10	0.3%	4	0.2%	2	0.1%	0	0.0%
ORLÉANS-TOURS	117	3.0%	59	3.0%	42	2.8%	27	2.7%
PARIS	16	0.4%	7	0.4%	7	0.5%	0	0.0%
POITIERS	60	1.5%	30	1.6%	23	1.5%	19	1.9%
POLYNÉSIE FRANCAISE	20	0.5%	7	0.4%	3	0.2%	0	0.0%
REIMS	75	1.9%	39	2.0%	28	1.9%	21	2.1%
RENNES	162	4.2%	95	4.9%	82	5.5%	59	6.0%
SAINT PIERRE ET MIQUELON	1	0.0%	1	0.1%	1	0.1%	0	0.0%
STRASBOURG	121	3.1%	69	3.6%	61	4.1%	43	4.4%
TOULOUSE	185	4.7%	92	4.8%	67	4.5%	45	4.6%
VERSAILLES	1	0.0%	1	0.1%	1	0.1%	0	0.0%
SIEC (CRETEIL, PARIS, VERSAILLES)	980	25.1%	403	20.8%	303	20.2%	182	18.5%
TOTAL	3897		1935		1501		983	

3. Énoncés

3.1 Sujets des épreuves écrites

Les sujets des épreuves écrites sont disponibles sur le site [devenirenseignant](#) ([première épreuve](#), [deuxième épreuve](#)) et sur le [site du jury](#).

3.2 Sujets de l'épreuve de leçon

L'ensemble de l'épreuve s'inscrit dans le cadre des programmes de mathématiques du collège et du lycée général et technologique. Il est attendu du candidat un exposé faisant une synthèse sur le sujet choisi, sous la forme d'un plan d'étude hiérarchisé et détaillé, qui doit comprendre des exemples et des applications permettant d'illustrer ce sujet.

01. Exemples de dénombrements dans différentes situations.
02. Expérience aléatoire, probabilité, probabilité conditionnelle.
03. Variables aléatoires discrètes.
04. Variables aléatoires réelles à densité.
05. Statistique à une ou deux variables, représentation et analyse de données.
06. Multiples et diviseurs dans \mathbb{N} , nombres premiers.
07. PGCD et PPCM dans \mathbb{Z} .
08. Congruences dans \mathbb{Z} .
09. Différentes écritures d'un nombre complexe.
10. Utilisation des nombres complexes en géométrie.
11. Trigonométrie.
12. Repérage dans le plan, dans l'espace, sur une sphère.
13. Droites et plans dans l'espace.
14. Transformations du plan. Frises et pavages.
15. Relations métriques et angulaires dans le triangle.
16. Solides de l'espace : représentations et calculs de volumes.
17. Périmètres, aires, volumes.
18. Exemples de résolution de problèmes de géométrie plane à l'aide des vecteurs.
19. Produit scalaire dans le plan.
20. Applications de la notion de proportionnalité à la géométrie.
21. Problèmes de constructions géométriques.
22. Exemples de problèmes d'alignement, de parallélisme.
23. Exemples de problèmes d'intersection en géométrie.
24. Pourcentages et taux d'évolution.
25. Problèmes conduisant à une modélisation par des équations ou des inéquations.
26. Problèmes conduisant à une modélisation par des graphes, par des matrices.
27. Fonctions polynômes du second degré. Équations et inéquations du second degré.
28. Suites numériques. Limites.
29. Suites définies par récurrence $u_{n+1}=f(u_n)$.
30. Détermination de limites de fonctions réelles de variable réelle.
31. Théorème des valeurs intermédiaires.
32. Nombre dérivé. Fonction dérivée.
33. Fonctions exponentielles.
34. Fonctions logarithmes.

35. Fonctions convexes.
36. Primitives, équations différentielles.
37. Intégrales, primitives.
38. Exemples de calculs d'intégrales (méthodes exactes, méthodes approchées).
39. Exemples de résolution d'équations (méthodes exactes, méthodes approchées).
40. Exemples de modèles d'évolution.
41. Problèmes dont la résolution fait intervenir un algorithme.
42. Différents types de raisonnement en mathématiques.
43. Exemples d'approche historique de notions mathématiques enseignées au collège, au lycée.
44. Applications des mathématiques à d'autres disciplines.

4. Analyse et commentaires : épreuves écrites

4.1 Première épreuve écrite

Le sujet de la première épreuve écrite était constitué de deux problèmes indépendants.

Le premier problème était un questionnaire de type Vrai – Faux avec *réponses argumentées*, abordant successivement sept thématiques au programme du concours (analyse, géométrie, matrices, pourcentages, arithmétique, dénombrement, probabilités). Le problème visait à évaluer à la fois les connaissances des candidats sur ces notions élémentaires et leur capacité à rédiger un argumentaire convaincant.

Le second problème traitait la résolution de plusieurs équations fonctionnelles, après avoir fait redémontrer, de manière guidée et détaillée, les propriétés classiques de la dérivabilité et celles de la fonction logarithme népérien.

Concernant la rédaction, on constate une orthographe encore trop souvent mal maîtrisée, notamment pour le vocabulaire lié aux mathématiques : conjugaison du verbe résoudre, « longeuze », « hypothénuse », « millieu », « collinaire », « supossons », « $1/x$ temps vers $+\infty$ », « en soustrayant », « inclus » / « inclue », « définient », « carthésien », « ségement », etc.

Certains candidats se contentent de phrases laconiques, dépourvues de raisonnements mathématiques consistants, montrant ainsi une vraie méprise vis à vis des enjeux de la matière et de ce concours. Leur production s'en trouve décrédibilisée et est systématiquement pénalisée par le barème.

On note un usage abusif et souvent inapproprié de symboles et de quantificateurs mathématiques en lieu et place de mots, en particulier le symbole \Rightarrow pour remplacer « donc ». A l'opposé, les quantificateurs sont fréquemment absents (ou mal placés, en fin de phrase) lorsqu'ils sont explicitement attendus.

On regrette aussi les confusions entre « être inclus dans » et « appartenir à », ainsi qu'entre « il faut » et « il suffit ».

Les phrases concluant un calcul sont appréciées, d'autant plus lorsque, pour une question du problème « VRAI-FAUX », il manque la réponse « vrai » ou « faux » elle-même.

La négation par un contre-exemple d'une assertion contenant un quantificateur universel implicite est assez bien maîtrisée. En revanche, un exemple ne peut tenir lieu de démonstration dans le cas d'une propriété universellement quantifiée, et de manière générale, les copies recèlent encore de nombreuses erreurs de logique (ex : « si A est inversible, alors $\det(A)$ n'est pas nul, or $\det(A)$ n'est pas nul donc A est inversible », ou « si f n'est pas la fonction nulle, alors f ne s'annule pas »).

Une démonstration par récurrence ne peut pas être esquivée par le biais de « par une récurrence immédiate, on a ... » ou « par une récurrence rapide, on montrerait que ». Le raisonnement par récurrence tenant une place importante dans les programmes du lycée, il est attendu des candidats qu'ils soignent particulièrement la rédaction dans les questions concernées. En dehors de cela, les démonstrations par

réurrence sont plutôt mieux rédigées que les années précédentes, en particulier l'hérédité de la propriété, même si on relève que l'initialisation est parfois faite à un rang trop tardif.

PROBLEME 1 (vrai-faux)

L'énoncé précisait clairement qu'en l'absence d'argumentaire, la simple réponse « vrai » ou « faux » n'était pas prise en compte dans l'évaluation. A l'opposé, la réponse « Vrai » ou « Faux » est parfois absente. Dans d'autres copies, elle est contradictoire avec la démonstration proposée.

Certains candidats pensent à tort que ce type de problème à réponses binaires n'attend que des justifications laconiques et non de véritables démonstrations. Il s'agit pourtant bien de produire une réponse d'une rigueur idéalement impeccable.

I. Analyse

1. La négation de cette assertion est très souvent mal maîtrisée, notamment par incompréhension des quantificateurs sous-jacents. D'autre part, la symétrie en 0 du domaine de définition n'est jamais évoquée, ni dans cette question, ni dans le problème 2.

2. Cette question n'est correctement traitée que dans 15% des copies. On relève la confusion, courante et inquiétante, entre résoudre l'équation $f(x)=x$ et définir une fonction f par $f(x)=x$.

Le théorème cité est rarement adéquat. De nombreux candidats ne font en effet pas la différence entre les équations $f(x)=k$ et $f(x)=x$, ce qui les conduit à appliquer de manière inappropriée le théorème des valeurs intermédiaires. D'autres, pensant avoir exhibé un contre-exemple, n'ont malheureusement pas saisi l'importance de l'hypothèse sur le segment de définition et d'arrivée. La continuité n'est pas toujours mise en avant dans l'argumentaire.

3. On remarque sur quelques copies la confusion avec la question réciproque ainsi qu'un manque d'attention à propos des inégalités strictes et leur négation.

4. La formule de la valeur moyenne est fautive dans la plupart des cas, soit parce que le facteur $1/(b-a)$ est oublié, soit, pire, par confusion avec l'une des quantités $(f(a)+f(b))/2$, $(f(b)+f(a))/(b-a)$ ou $(f(b)-f(a))/(b-a)$.

5. Trop de candidats pensent que vérifier que des fonctions sont solutions d'une équation suffit généralement à la résoudre. Plusieurs arguments étaient acceptés, tant évoquer la structure (et la dimension) de l'ensemble des solutions d'une telle équation, que l'exhibition d'une autre solution que celles fournies, mais aussi la résolution complète de l'équation (souvent mal menée du fait qu'elle n'est pas homogène).

6. De nombreux candidats ne comprennent pas la question posée et examinent si la propriété énoncée concernant les suites est vraie. On constate par ailleurs un emploi abusif de l'expression « il existe *des* suites... » pour « il existe (au moins) une suite... ». On note aussi l'erreur de logique fréquente proposant la négation « il existe une suite non majorée qui diverge ».

7. Il y a souvent confusion entre la convergence de la suite (u_n) et de la série de terme général u_n , entre les suites géométriques (certains candidats pensent que (u_n) est une suite géométrique) et les séries géométriques. Lors du calcul explicite d'une somme, le 1^{er} terme est parfois erroné.

8. La plupart des candidats comprennent que l'assertion est fautive mais l'analyse de l'erreur est souvent erronée.

II. Géométrie

9. Cette question a souvent été bien traitée.

10. On regrette la confusion fréquente entre \times et un produit scalaire. L'utilisation des coordonnées de vecteurs pour calculer aisément un produit scalaire est légitime si la base de travail est orthonormée, ce point est souvent omis dans l'argumentaire. De nombreux candidats écrivent $(x|x) = ||x||$ et non $||x||^2$

11. Dans ce genre de situation, un contre-exemple est attendu, on ne peut se contenter de « on n'a pas forcément... » ou d'un argumentaire trop généraliste. On relève malheureusement trop souvent l'erreur suivante $(x-y|z)=0 \Rightarrow x-y=0$ ou $z=0$, qui démontre une méconnaissance de la notion d'orthogonalité.

12. Plusieurs arguments étaient acceptables et cette question a généralement été bien traitée. Attention à la confusion entre vecteur normal et vecteur directeur pour une droite, ou vecteurs colinéaires et vecteurs orthogonaux. Certains candidats confondent aussi point et vecteur. Il convient enfin d'éviter des raccourcis comme « $3x+y=4 \neq x+y=3$ ».

13. Là aussi, plusieurs arguments étaient recevables et pourtant cette question n'a été correctement traitée que par 1 candidat sur 3. On y recèle à la fois confusion entre point et affixe, vecteur et affixe, mais surtout, et de manière plus inquiétante, entre module et valeur absolue. On y lit par exemple « $|z-2|^2 = (z-2)^2$ », « $|z-2| = z-2$ si $z \geq 2$ ». Plus étonnamment, certains candidats mènent à terme une méthode algébrique basée sur l'écriture $z=a+ib$ et obtiennent $a=1/2$ sans pouvoir conclure.

14. Les erreurs résident essentiellement dans l'absence de soin apporté à la détermination du signe de la mesure d'angle ou de la confusion entre $\pi/6$ et $\pi/3$. On relève aussi une confusion entre quotient d'affixes et angle, la notion d'argument étant alors absente de la rédaction.

15. La plupart des candidats ont repéré, d'une façon ou d'une autre, que la droite D est incluse dans le plan P. Certains en déduisent malheureusement qu'ils sont perpendiculaires. De nombreux candidats évoquent à tort « le vecteur directeur d'un plan ».

III. Matrices

16. Cette question est assez bien traitée en général. Malgré cela, la confusion « inversible \Rightarrow diagonalisable » est répandue. Plusieurs candidats affirment que $M_2(\mathbb{R})$ est de dimension 2. Plusieurs arguments étaient acceptables, mais les conditions de diagonalisabilité énoncées sont souvent lacunaires.

17. Cette question n'a été correctement traitée que par 38% des candidats (souvent par contraposée). L'erreur principale consiste en « $AB=0 \Rightarrow A=0$ ou $B=0$ ». On a relevé aussi plusieurs fois « $\det(A)=0 \Rightarrow A=0$ ».

IV. Pourcentages

18. Cette question a été bien traitée dans 80% des copies.

19. Seulement 25% des candidats ont correctement traité cette question. Il est regrettable que certains candidats n'aient pas le recul suffisant pour réexaminer une conclusion proposant strictement plus que 100% d'exercices réussis.

V. Arithmétique

20. Cette question a globalement été bien traitée. Plusieurs méthodes étaient possibles, mais peu de candidats pensent à factoriser n^3-n . La disjonction de cas est souvent employée, mais parfois laborieuse, notamment dans le cas du calcul de $(2k+1)^3$. Très peu de candidats pensent à utiliser les congruences. En revanche, on relève parfois la regrettable confusion entre parité d'une fonction et parité d'un nombre entier.

21. Cette question n'est correctement traitée que par 23% des candidats. Certains contre-exemples proposés n'en sont pas et on trouve une utilisation inappropriée de la racine carrée dans de nombreuses copies. Dans le cas de l'utilisation de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, l'existence éventuelle de diviseurs de zéro est souvent ignorée.

VI. Dénombrement

22. Moins de la moitié des copies fournissent une réponse correcte. Plusieurs arguments étaient acceptables (par exemple connaître le nombre exact attendu, 2^{10} , ou minorer le nombre cherché en s'intéressant aux nombres de parties à 1, 2, 3 éléments). De nombreux candidats proposent d'emblée des valeurs erronées, notamment $10!$ ou 10^{10} .

23. Cette question est abordée dans moins de 40% des cas et réussie dans seulement 10% des copies.

VII. Probabilités

24. Plusieurs candidats modélisent correctement la situation par une variable aléatoire réelle suivant une loi géométrique de paramètre $1/6$, mais on relève par ailleurs de nombreuses confusions avec une loi binomiale. L'indépendance sous-jacente à la situation est rarement évoquée, ce qui a été sanctionné. Enfin, plusieurs candidats confondent « au moins 3 » et « exactement 3 ».

25. La notion d'indépendance n'est pas assez maîtrisée, la confusion entre événements indépendants et événements incompatibles étant particulièrement répandue. Attention, l'utilisation des probabilités conditionnelles, pas nécessaire ici, requiert certaines précautions.

PROBLEME 2 (équations fonctionnelles)

Ce second problème est globalement moins abordé que le premier. On observe que ses enjeux ne sont pas toujours bien compris ; en particulier de nombreux candidats ne comprennent pas qu'il s'agit pour commencer de redémontrer des propriétés élémentaires qu'ils utilisent allègrement à cet effet.

D'autre part, de manière générale, dans ce problème traitant de la résolution d'équations fonctionnelles, le raisonnement par analyse-synthèse (ou par équivalence) est souvent mal mené, la synthèse (ou réciproque) étant presque systématiquement oubliée.

On déplore dans ce problème un grand nombre de biais de rédaction mathématique en rapport avec la thématique des fonctions : « $f(x)$ » au lieu de « f », « $f(x)'$ » au lieu de « $f'(x)$ », utilisation du symbole « \lim » sans vérification préalable d'existence (notamment pour la définition du nombre dérivé), voire oubli du symbole « \lim » lui-même (confusion entre taux d'accroissement et nombre dérivé par exemple). Les récurrences ont globalement été mieux rédigées que les années précédentes, en particulier la formulation de l'hypothèse de récurrence.

I. Quelques résultats classiques

1. Dérivabilité

1.a. La réponse est correcte dans la moitié des copies. Pour le reste, il manque souvent un élément déterminant (soit le fait que la limite du taux d'accroissement doit non seulement exister mais être *finie*, soit la notion de limite elle-même, soit l'utilisation du symbole « \lim » sans justification préalable).

1.b. Cette question est parfaitement traitée dans moins de 20% des copies. Il n'était pas dans l'esprit de ce début de problème d'invoquer une formule de Taylor. La notion de fonction négligeable devant une autre au voisinage d'un point est mal maîtrisée et souvent escamotée. On relève aussi des erreurs d'écriture particulièrement regrettables :

par exemple, « $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = f'(a) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) + f'(a)(x-a)$ »

1.c.i La rédaction de cette question est très souvent bâclée.

1.c.ii. Cette question est généralement réussie (les exemples les plus fréquemment cités étant les fonctions valeur absolue ou racine carrée). Dans les autres cas, les contre-exemples proposés correspondent à des fonctions qui ne sont même pas définies en le point cité.

1.d. La formule attendue est méconnue de près de 40% des candidats, et parfaitement démontrée dans moins de ¼ des copies, ce qui est inquiétant dans le cadre de ce concours. On relève un emploi massif du symbole « \lim » sans précaution (justification préalable de l'existence, découpage d'une limite en somme ou produit de deux limites). La continuité de f ou de g est souvent oubliée. On trouve une fois de plus dans cette question de nombreuses confusions entre taux d'accroissement et nombre dérivé.

1.e. Cette question n'est abordée que par la moitié des candidats. Dans ce cas, la formule est généralement correcte. La démonstration n'est en revanche réussie que dans un peu plus de 10% des copies. La notion de composée est mal maîtrisée. Les candidats qui se lancent dans une démonstration font le plus souvent apparaître un dénominateur, $f(x)-f(a)$, qui n'est pas toujours défini, ce qui a été légèrement sanctionné.

2. La fonction logarithme népérien

2.a. De nombreux candidats oublient de préciser que ϕ est dérivable ou bien l'affirment sans justification. On note par ailleurs un manque de maîtrise du calcul de la dérivée d'une fonction dont l'une des variables est fixée.

2.b. On attendait des candidats une rédaction rigoureuse, a priori par récurrence. Les rédactions avec des « pointillés » ou du type « de proche en proche » ont été sanctionnées. Pour établir que $\ln(1/x) = -\ln(x)$, on lit souvent une déduction erronée de la récurrence en l'appliquant au cas $n = -1$.

2.c.i. Cette question a été globalement bien réussie.

2.c.ii. Cette question n'a été correctement traitée que dans 20% des copies. On relève couramment une confusion entre $g'(xy)$ et $(g(xy))'$.

2.c.iii. Lorsqu'elle est traitée, cette question est bien réussie.

2.c.iv. Rares sont les candidats qui pensent à évoquer la réciproque (ou synthèse de la résolution). Seuls 5% des copies obtiennent tous les points prévus par le barème.

2.d. Lorsqu'elle est traitée (66% des copies), cette question est réussie.

2.e. L'existence de l'entier est souvent mal justifiée (en particulier, pour les candidats qui s'attachent à expliciter une valeur de n mais ne vérifient pas qu'elle est bien positive). De même le rôle de la positivité de $\ln 2$ (et sa justification) est escamoté.

2.f. Cette question est abordée par 65% des candidats mais n'est intégralement réussie que dans 22% des copies. Le lien avec la question précédente n'est souvent pas fait et peu de candidats démontrent leurs réponses.

2.g. La continuité est rarement évoquée. Les candidats qui cherchent à démontrer l'injectivité et la surjectivité sans utiliser le théorème de la bijection n'aboutissent généralement pas. Le fait que l'ensemble image soit précisément \mathbb{R} n'est presque jamais correctement traité.

2.h. Cette question n'est réussie que dans 24% des copies. La légitimité des équivalences (bijectivité ou utilisation de propriétés du logarithme pas encore établies) est souvent malmenée.

II. Première équation fonctionnelle de Cauchy

3. Résultats préliminaires

3.a. Cette question élémentaire est généralement bien traitée. Une justification, même simple, était attendue.

3.b. La totalité des points prévus par le barème n'est pas toujours accordée, la symétrie du domaine de définition, même évidente, devait être évoquée.

3.c. Une preuve rigoureuse était attendue, a priori une démonstration par récurrence. Comme précédemment, l'emploi de pointillés ou de « de proche en proche » est à proscrire. La gestion des deux variables, x et n , est à soigner.

3.d. On remarque que la définition d'un nombre rationnel pose problème. Cette question, qui nécessitait un soin particulier, n'a été parfaitement traitée que dans 15% des copies.

3.e. Cette question a donné satisfaction chaque fois qu'elle a été traitée.

4. Première méthode

Cette question a été abordée dans 35% des copies et réussie dans 10% d'entre elles. Les principaux arguments (caractérisation séquentielle de la continuité, densité, réciproque) sont bien souvent omis.

5. Seconde méthode

5.a. L'existence des intégrales est souvent oubliée et, dans les autres cas, sa justification n'est pas satisfaisante.

5.b. Lorsqu'elle est abordée, cette question est généralement bien traitée.

5.c. La dérivabilité n'est en général pas ou mal justifiée. Cette question est parfaitement traitée par seulement moins de 10% des candidats.

5.d. Là encore, dans les copies abordant cette question, peu de candidats pensent à la synthèse de la résolution.

III. Restriction des hypothèses

Cette partie a globalement été très peu abordée.

6. Continuité en un point

6.a., 6.b. Ces questions ont été très peu abordées.

6.c. La conclusion attendue n'a souvent pas été perçue.

7. Monotonie

7.a., 7.b., 7.c. : ces questions ont été très peu abordées (moins de 15% des copies) et n'ont généralement pas été correctement traitées.

8. Encadrement

8.a., 8.b., 8.c. : même chose.

IV. D'autres équations fonctionnelles

9. Deuxième équation fonctionnelle de Cauchy

9.a. Le cas de la fonction nulle est souvent mal mené ou traité comme évident.

9.b.i. L'inégalité stricte attendue n'est pas souvent bien justifiée. On relève en particulier une confusion entre ne pas être la fonction nulle et ne pas s'annuler.

9.b.ii. Lorsqu'elle est abordée, cette question est bien traitée.

9.b.iii. Une nouvelle fois, la synthèse du problème posé est souvent oubliée.

10. Equation fonctionnelle de Jensen

10.a. Les formulations proposées manquent souvent de précision (notamment la continuité ou l'absence regrettable du mot « image »).

10.b., 10.c. Ces questions sont peu traitées et les réponses sont alors incomplètes.

11.a.i. On regrette que les limites ne soient pas toujours justifiées, même par un argument rapide. Pour le reste, c'est assez bien.

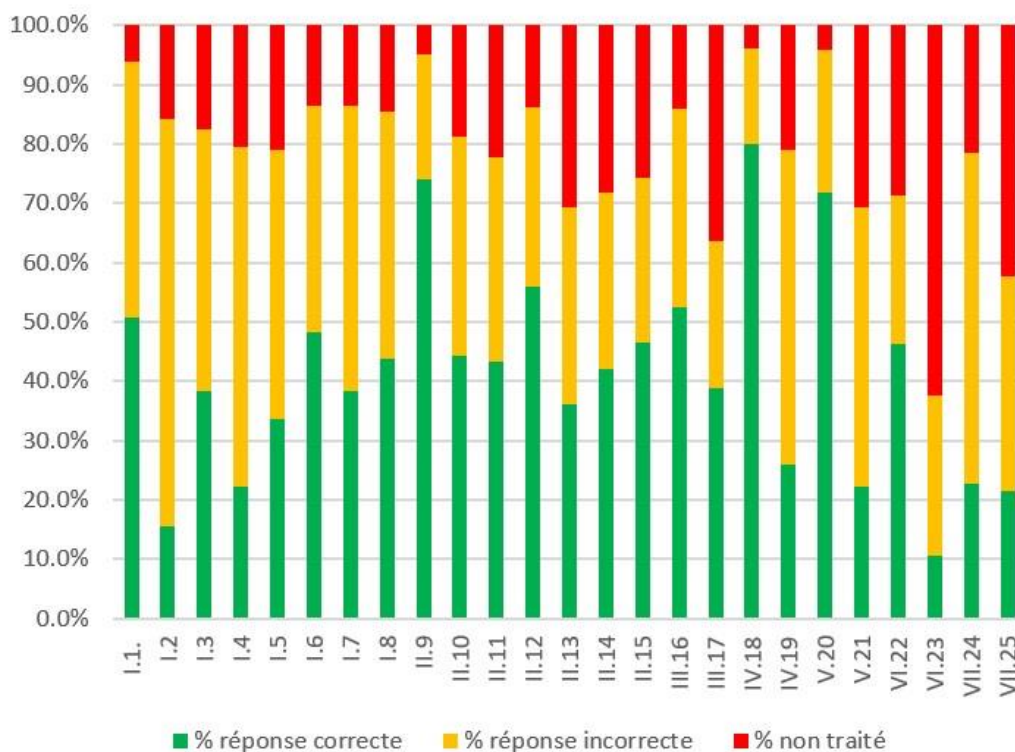
11.a.ii. Cette question est parfois laborieusement traitée (notamment par l'étude des variations de h pour en déduire son signe). La factorisation de $16 - x^2$ est peu utilisée.

11.b.i. Lorsqu'elle est traitée (moins de 20% des copies), cette question est rarement réussie.

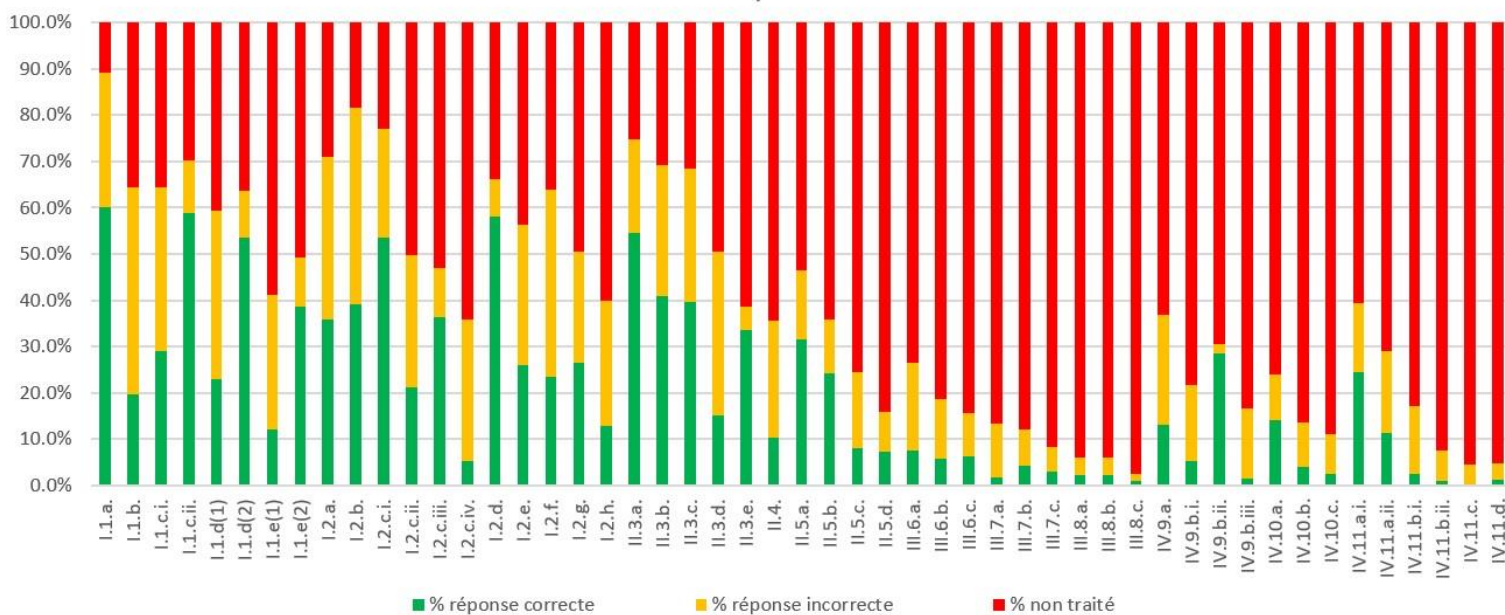
11.b.ii., 11.c., 11.d. Ces questions ont été abordées par moins de 10% des candidats et elles ne sont pas correctement traitées.

Les diagrammes suivants décrivent les résultats obtenus par les candidats, question par question (ici « réponse incorrecte » peut désigner une réponse jugée en partie seulement correcte ou bien totalement incorrecte).

Premier problème



Second problème



4.2 Seconde épreuve écrite

L'épreuve disciplinaire appliquée permet d'apprécier l'aptitude du candidat à mobiliser ses connaissances et compétences mathématiques et didactiques dans une perspective professionnelle.

Le sujet était composé de deux parties :

- un dossier de ressources variées : extraits de textes officiels, extraits de manuels, productions d'élèves ;
- des questions posées aux candidats qui portent sur le dossier de ressources.

Deux thématiques mathématiques étaient abordées : la notion d'aire et l'initiation au raisonnement.

Au sein de chacune de ces thématiques les candidats étaient amenés à :

- analyser des productions d'élèves en identifiant des erreurs et en proposant des aides différenciées ;
- proposer des éléments d'une séquence d'enseignement consistant en l'analyse de dispositifs pédagogiques ou de différents types de tâches au regard d'objectifs d'apprentissages identifiés ;
- rédiger des corrections de problèmes, des démonstrations telles qu'elles pourraient être présentées à des élèves.

Analyse des copies de candidats

Réflexion didactique

Le jury a apprécié la pertinence de la réflexion didactique de nombreux candidats qui se sont préparés à cette épreuve et ont su exploiter pleinement les ressources et textes institutionnels mis à leur disposition dans le dossier pour étayer leur réflexion. Il regrette cependant que certains candidats paraphrasent les documents d'appui proposés ou les productions des élèves sans les analyser réellement. Par ailleurs le jury remarque que les candidats peinent à valoriser les réussites des élèves.

En terme d'étayage, il est fréquent que les candidats proposent des aides qui donnent un accès direct aux réponses alors qu'il est attendu qu'ils prennent soin d'engager le questionnement des élèves.

Concernant la pertinence de certaines modalités de mise en œuvre, les candidats exposent des généralités sans proposer de réels arguments en faveur de ces pratiques pédagogiques.

Maîtrise des contenus mathématiques

Trop de copies révèlent des fragilités sur les connaissances disciplinaires, sur les notions et démonstrations abordées au lycée mais également sur celles étudiées plus particulièrement au collège. Il est attendu de futurs enseignants qu'ils soient en capacité d'énoncer des définitions et de rédiger rigoureusement des démonstrations portant sur des notions mathématiques travaillées dans le secondaire. Le jury note des progrès en maîtrise de l'algorithmique ; les erreurs présentes dans les codes Python sont globalement bien identifiées par les candidats.

Qualité de la rédaction

Le jury a relevé et apprécié des copies soignées et aérées dans lesquelles les candidats ont proposé des réponses sous forme de phrases courtes mais bien construites, évitant les abréviations, où les arguments principaux sont clairement mis en valeur et se basant sur les situations proposées.

Trop de candidats ont produit des copies manquant de concision et présentant une mauvaise maîtrise de la langue française (syntaxe, conjugaison et orthographe).

Lorsqu'il est demandé une réponse « telle qu'elle pourrait être rédigée devant une classe », les traces de recherche des candidats sur la copie sont à bannir.

Le jury remarque par ailleurs que trop de candidats ne sont pas suffisamment attentifs aux consignes. Par exemple, lorsqu'une analyse est attendue, ils proposent une résolution ou lorsque plusieurs réponses sont demandées dans une même question, une seule est donnée.

Partie 1 : aires

La notion d'aire au collège

I- Analyse de ressources

Alors qu'il était demandé dans cette partie de proposer une figure, certains candidats n'en représentent aucune. Par ailleurs, le découpage en unités n'est pas souvent apparent. De rares candidats sortent du cadre des polygones pour proposer un cercle. L'argument attendu sur l'absence de corrélation entre périmètre et aire n'a pas été systématiquement mentionné.

En outre, alors que plusieurs réponses étaient attendues au sujet des apprentissages, la plupart du temps un seul est cité. Concernant l'intérêt du travail en groupes, les arguments avancés par les candidats, dont on peut parfois penser qu'ils ont été appris par cœur, sont souvent trop généralistes et rarement en lien avec le contenu et la nature de l'activité.

Les candidats ont en revanche proposé des questions pertinentes pour réinvestir un des apprentissages visés mais parfois trop voisines de celle du sujet.

II- Analyse d'une production d'élève

Les candidats pointent peu de réussites, notamment peu apprécient le fait que l'élève ne détaille le raisonnement que d'un côté de la diagonale. Cela est même perçu comme un défaut de raisonnement. Beaucoup de candidats ne citent pas l'erreur de coefficient sur les aires. Ils font très peu de distinctions entre le théorème de Thalès et sa réciproque, ils utilisent le théorème sans se soucier des hypothèses nécessaires. Le recours à l'homothétie est rare.

En ce qui concerne la rédaction d'une correction, certains candidats commettent la même erreur que l'élève en considérant le cas particulier du parallélogramme. D'autres, n'ayant pas bien repéré la question, montrent que EFGH est un parallélogramme.

La notion d'aire au lycée

III- Analyse d'erreur d'élève

La définition et l'énoncé des propriétés mises en jeu sont rarement complets : oubli de la continuité de la fonction, confusions entre intégrale et aire, évocation « d'aire négative », évocation de l'aire sous la courbe sans davantage de précisions, etc.

Les candidats ont parfois cité des propriétés non mises en jeu dans la résolution du QCM.

Au sujet des distracteurs du QCM, le jury regrette que la plupart des candidats n'en ait fait qu'une brève description sans l'analyse de l'erreur correspondante.

Quant à la proposition d'un exercice, on attend du candidat qu'il fournisse un énoncé clair, complet et rédigé (en l'occurrence ici l'expression d'une fonction) et non l'évocation d'une situation imprécise.

IV- Démonstration d'un théorème du cours

La question a été très peu traitée et, quand elle l'a été, rarement de manière correcte alors qu'il s'agit d'une démonstration exigible d'un élève de terminale suivant la spécialité mathématiques.

Certains candidats ont basé leur démonstration sur le fait que pour toute fonction continue sur l'intervalle $[a; b]$, $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$, F étant une primitive de f sur $[a; b]$, alors que cette propriété est une conséquence du théorème à démontrer.

D'autres ont seulement démontré que la fonction F s'annule en a .

L'illustration par une représentation graphique est rare et les candidats évoquent l'intégrale de fonctions constantes plutôt que l'aire de rectangles.

V- Mobilisation de compétences mathématiques

Conformément à l'énoncé, le jury attend deux analyses distinctes, l'une sur la compétence *calculer*, l'autre sur la compétence *raisonner*.

Sur la compétence *calculer*, on attend une analyse plus poussée que le simple constat d'un calcul correct, une réflexion sur une capacité à mettre en œuvre certaines méthodes de calcul, à organiser les différentes étapes d'un calcul, à choisir des transformations, à effectuer des simplifications, à contrôler des résultats, etc.

Concernant la compétence *raisonner*, le choix de l'exemple employé est relevé par de nombreux candidats qui soulèvent une erreur de raisonnement. En revanche la positivité de la fonction sur l'intervalle compris entre les racines est peu mentionnée.

VI – Algorithmique et programmation

Les arguments pour choisir entre les deux situations sont rarement pertinents. En l'occurrence ici, de nombreux candidats ont affirmé à tort qu'il était plus aisé de déterminer une primitive dans la première situation plutôt que dans la seconde.

En ce qui concerne le résultat figurant dans l'énoncé, le jury regrette qu'il ait été peu expliqué. En particulier, l'oubli du calcul de la proportion a été peu mentionné.

La correction du programme a généralement été bien réalisée mais le jury constate une méconnaissance de la fonction `random()`.

La dernière question faisant appel à la culture mathématique des candidats en référence à la loi normale centrée réduite a été peu traitée ou bien de manière très approximative.

Partie 2 : initiation au raisonnement

VII- Éléments d'une séquence d'enseignement

L'énoncé des propriétés en lien avec les figures de parallélogramme présentées a été de façon majoritaire bien traité. Cependant certains candidats n'ont pas pris en compte la consigne et omettent la formulation « Si ... alors » demandée.

Le jury constate par ailleurs que la notion de propriété caractéristique est mal maîtrisée et la justification du sens direct et de la réciproque demandée en rapport avec la figure 3 est rarement effectuée.

En outre de nombreuses confusions ont été relevées entre parallélogrammes, losanges et rectangles.

Les méthodes de tracé d'un parallélogramme sont plutôt bien maîtrisées. Cependant le programme de construction est souvent mal rédigé. Par exemple « on ne pique pas le compas en A » mais « on trace un arc de cercle de centre A ».

La propriété mise en jeu est souvent omise ou ne correspond pas avec la construction.

Concernant la remarque de l'élève sur le rectangle, les candidats éprouvent des difficultés à aller au-delà du simple constat et à proposer des pistes d'explication.

VIII- Classification d'exercices

Le jury constate de nombreuses confusions entre les différents raisonnements : raisonnement par l'absurde et contre-exemple, raisonnements inductif et déductif.

Le raisonnement par récurrence est généralement bien identifié.

IX- Analyse de productions d'élèves

La grande majorité des candidats identifie l'intérêt de travailler avec des nombres entiers.

Cependant il est attendu des candidats qu'ils utilisent une rédaction appropriée : par exemple, l'expression « se débarrasser de la virgule » n'est pas acceptable.

Le jury mentionne de nombreuses erreurs dans cette partie, par exemple, la confusion entre « être un nombre pair » et « l'écriture du nombre se termine par 2 ».

Les questions portant sur l'algorithmique ont été peu ou mal traitées.

La résolution de l'équation diophantienne, lorsqu'elle est entamée, ne comporte souvent que la partie d'analyse.

La synthèse est régulièrement absente et l'écriture des solutions dans \mathbb{N}^2 est rare.

X- Analyse de ressources

Cette partie, intervenant en fin d'énoncé, a été peu abordée et, quand ce fut le cas, a été mal résolue.

Concernant le raisonnement par récurrence, à l'énoncé des différentes étapes se substitue souvent une description de celles-ci.

Parmi les candidats ayant abordé la dernière question, peu en ont réellement compris l'enjeu.

5. Analyse et commentaires : épreuves orales

5.1 Épreuve de leçon

La plupart des recommandations formulées dans les rapports du jury des dernières sessions demeurent valables.

Au début du temps de préparation, le candidat tire au sort un couplage de deux sujets. Il choisit l'un d'entre eux et prépare son exposé. Il a à sa disposition un ordinateur lui permettant d'utiliser certains logiciels et d'accéder aux ressources officielles (programmes et documents ressources) ainsi qu'à la bibliothèque numérique du concours.

La liste des leçons, régulièrement actualisée, est consultable sur le site du jury. Les attendus sont rappelés au début de cette liste : *il est attendu du candidat un exposé faisant une synthèse sur le sujet choisi, sous la forme d'un plan d'étude hiérarchisé et détaillé, qui devra comprendre des exemples et des applications permettant d'illustrer ce sujet.*

Plan d'étude hiérarchisé et détaillé de la leçon.

Pendant les vingt premières minutes, le candidat expose un plan d'étude hiérarchisé et détaillé de la leçon. Le contenu est en général bien identifié par les candidats et l'on relève très peu de hors-sujet. Le jury regrette cependant un manque d'approfondissement souvent lié à une préparation insuffisante. Certains candidats exploitent les vingt minutes de présentation de manière efficace et pertinente en mentionnant des prérequis et les niveaux correspondant à leur leçon, en précisant le statut des énoncés mathématiques et en alternant entre le plan complet exploré rapidement et des focales portant sur certains points essentiels.

De trop nombreux candidats prélèvent dans les ressources mises à leur disposition des éléments divers qu'ils copient dans un document sans avoir préalablement réfléchi à la structure du plan, ce qui peut engendrer des incohérences ou des répétitions. D'autres reprennent in extenso le cours d'un manuel et ont du mal à s'en détacher, se contentant d'une lecture exhaustive monotone souvent peu maîtrisée. Le jury rappelle que les manuels peuvent comporter des formulations imprécises ou des erreurs.

Un plan hiérarchisé ne se réduit pas à un sommaire ou à une succession de titres, il doit contenir des définitions, des énoncés de théorèmes, définitions et des exercices. Le jury apprécie un déroulé synthétique du plan, permettant de dégager du temps pour le cœur de la leçon autour d'énoncés dont le candidat précise clairement les enjeux en mettant en évidence certaines articulations.

Lors de leur préparation à cette épreuve, les candidats doivent être attentifs au choix des exercices. Ceux-ci peuvent illustrer la leçon, être associés au développement de compétences précises ou à une diversité des tâches. Il est judicieux de croiser plusieurs chapitres d'un manuel, plusieurs niveaux et plusieurs sources. Une sélection d'exercices pertinents et variés en nombre plus réduit est préférable, dès lors que la résolution est maîtrisée, tant sur l'aspect calculatoire que sur la structure logique du raisonnement.

Développement d'un élément significatif du plan

Le jury choisit un élément significatif ou une partie du plan que le candidat est invité à développer. Il s'agit d'apprécier les capacités à rédiger rigoureusement un énoncé mathématique, à présenter une démonstration ou le corrigé d'un exercice. Pour cette partie valorisant la connaissance en profondeur des notions proposées, il n'est pas attendu une idée générale de la preuve, mais sa rédaction complète et détaillée. Le jury peut demander au candidat d'écrire au tableau ce qui aura vocation à devenir la trace écrite des élèves dans leurs cahiers de cours.

Le jury souligne la bonne gestion du tableau de la part des candidats et a apprécié que les candidats ne restent pas silencieux lorsqu'ils exposent leur développement. Il regrette toutefois le manque de rigueur

de certains. Il est notamment attendu d'utiliser à bon escient les quantificateurs et connecteurs logiques. Le jury a relevé une meilleure maîtrise du raisonnement par récurrence et de sa rédaction. Certains candidats détaillent entièrement leur plan (démonstration rédigée et exemples traités) ce qui laisse peu de choix pour le développement. La stratégie visant à limiter le choix du jury en ne proposant qu'un développement possible ou des exercices élémentaires est à éviter car elle laisse craindre une faible maîtrise du contenu présenté. Certains candidats ont proposé des exercices qu'ils ne savaient pas résoudre ou dont le corrigé projeté d'un extrait de manuel n'était pas maîtrisé. Le jury rappelle que toute propriété énoncée doit pouvoir être démontrée par le candidat et le fait qu'une propriété soit admise dans les programmes n'exonère pas le candidat d'en connaître la démonstration qui pourrait en être faite à un niveau supérieur.

Lors des deux premiers temps de l'épreuve de leçon, le jury n'intervient pas, ce qui peut déstabiliser certains candidats attendant un retour immédiat ou un avis sur le propos tenu. Il est important pour le candidat de ne pas voir cette épreuve comme un temps de formation. La posture du jury est celle d'une écoute attentive et bienveillante, permettant de prendre la plus grande variété d'informations possibles au travers de critères précis, sans laisser apparaître au candidat tout signe positif ou négatif de jugement. Le jury apprécie que le candidat s'exprime en se détachant de ses notes et en alternant les supports à sa disposition : support numérique pour une présentation rapide et globale du plan, logiciels pour illustrer des notions, tableau pour éclairer une explication au jury par un schéma ou une formule ou pour rédiger rigoureusement comme on le ferait devant une classe. La variété des supports utilisés à bon escient rend l'exposé dynamique et rythmé. Lors de la session 2023, presque tous les candidats ont utilisé l'ordinateur mis à leur disposition en salle de préparation pour leur présentation : diaporama, traitement de texte, capture d'écran. Le logiciel Geogebra a donné lieu à la production de 516 fichiers et on note un doublement du nombre de candidats ayant eu recours à Python par rapport à l'année précédente avec 401 programmes réalisés.

Entretien avec le jury

L'échange qui suit ces deux temps permet au candidat de justifier la cohérence du plan. Le jury note une certaine aisance à l'oral chez la plupart des candidats, des qualités d'écoute et une bonne réactivité, en particulier pour intégrer les propositions et les éléments d'aide qui sont fournis.

Des erreurs sont observées chez de nombreux candidats. S'en rendant compte a posteriori, certains d'entre eux sont déstabilisés. Il convient pourtant de garder à l'esprit que la prestation est évaluée dans sa globalité et que le jury apprécie la capacité des candidats à corriger leurs erreurs.

Il est attendu une certaine prise de hauteur par rapport aux programmes du secondaire, en faisant le lien avec l'approche universitaire d'un sujet. Le recul au niveau de la licence paraît cependant délicat pour un nombre significatif de candidats.

Lors de cette épreuve et compte tenu de la diversité des compétences professionnelles attendues chez un enseignant de mathématiques, les attentes du jury sont multiples et l'évaluation prend en compte des critères divers et plus particulièrement :

- la maîtrise des compétences mathématiques ;
- l'organisation, la clarté et la maîtrise de la langue française ;
- l'interaction avec le jury.

Les questions du jury sont volontairement variées pour apprécier la diversité des compétences des candidats. Le jury précise, qu'à ce titre, « jouer la montre » en réécrivant les énoncés ou en répétant des parties déjà évoquées n'est pas une bonne stratégie.

La maîtrise des notions mathématiques est évaluée selon la rigueur à l'écrit et à l'oral, notamment par la désignation correcte et la notation appropriée des différents objets mathématiques en jeu. Lors de nombreuses interrogations, les notions de logique de base (écrire la réciproque, la contraposée, la négation d'une assertion) ne sont pas suffisamment maîtrisées, les conditions de validité des définitions et

propriétés ne sont que trop rarement évoquées, les différents types de raisonnement utilisés peu connus ou explicités.

Les illustrations via Geogebra ou avec un algorithme écrit en Python sont appréciées.

Remarques spécifiques aux différentes leçons

L'ensemble de l'épreuve s'inscrit dans le cadre des programmes de mathématiques du collège et du lycée général et technologique. La liste des leçons est disponible sur le site du CAPES.

Chaque leçon doit comprendre des exemples et des applications permettant d'illustrer le sujet. Il est utile, en amont des épreuves, de s'interroger sur le sens des mots « application » et « exemple ».

« Application » correspond à l'utilisation des notions mathématiques de la leçon dans différents domaines, qu'ils soient mathématiques, associés à d'autres disciplines ou à des contextes historiques.

« Exemples » est à comprendre au sens de l'exemple scolaire, « énoncé servant à montrer le fonctionnement d'une notion mathématique correctement appliquée », mais aussi de l'exemple caractéristique sur lequel l'élève peut s'appuyer pour s'approprier la notion (au sens de donner l'exemple). Le jury apprécie les exemples simples et efficaces, comme les contre-exemples ou les exemples montrant la nécessité d'une hypothèse ou d'un quantificateur.

Dans certaines leçons, apparaît aussi le mot « problème », central dans les mathématiques et dans son enseignement. On peut lire avec intérêt le guide de résolution de problèmes du collège : un problème se caractérise par un état initial (la « situation-problème »), un objectif à atteindre (la « solution »), et des moyens à disposition pour atteindre cet objectif (des règles mathématiques valides dont découlent des stratégies de résolution). La notion de problème suppose également celle d'obstacle : à la différence d'une activité automatisée ou des exercices d'entraînement, une personne face à un problème ne perçoit pas immédiatement un chemin de résolution.

Dénombrement, probabilités et statistiques

Pour la leçon « Exemples de dénombrements dans différentes situations », il est conseillé de se détacher de la théorie et de donner des exemples pertinents dans différentes situations qui balaient les notions de terminale. Quelques candidats ne se sont pas limités à des applications ou des situations liées aux probabilités. Pour de trop nombreux candidats, le vocabulaire qui figure au programme (permutations, combinaisons, etc.) et l'utilisation du dénombrement pour étudier la loi de probabilité d'une loi binomiale ne sont pas maîtrisés.

Pour la leçon « Expérience aléatoire, probabilité, probabilité conditionnelle », il est attendu une bonne connaissance du vocabulaire spécifique (univers, événement, événement contraire, cardinal d'un ensemble), de définir une expérience aléatoire et une probabilité, de savoir inverser un arbre de probabilité et d'appliquer et de démontrer la formule des probabilités totales. Il est important de donner des exemples et de donner du sens aux formules données. La définition d'une partition de l'univers n'est pas toujours maîtrisée. Les variables aléatoires discrètes faisant l'objet d'une autre leçon, leur place ne doit pas être centrale ici. Pour cette leçon, le jury a apprécié l'effort de contextualisation historique, ainsi que la donnée d'un programme en langage Python.

Dans la leçon « Variables aléatoires discrètes », il est important de définir et de maîtriser les notions en jeu (probabilité, variable aléatoire, indépendance) et de connaître les résultats sur l'espérance et la variance, notamment les propriétés de la somme de deux variables aléatoires. Il est aussi attendu d'un candidat qu'il distingue l'indépendance de variables aléatoires et l'indépendance d'événements, qu'il sache interpréter la variance et l'écart type et qu'il sache démontrer les formules des lois classiques. Le candidat ne doit pas se limiter à la présentation de la loi binomiale, ainsi qu'aux cas où la variable aléatoire prend un nombre fini de valeurs.

Pour la leçon « Variables aléatoires réelles à densité », le candidat doit savoir définir ce qu'est une variable aléatoire. Si le cas des variables aléatoires discrètes n'est pas l'objet de la leçon, le lien entre variable aléatoire discrète et variable aléatoire à densité doit être connu. Les candidats doivent distinguer densité

de probabilité et fonction de répartition, s'interroger sur l'existence des objets mathématiques introduits (limites, espérance) et avoir des connaissances sur la loi normale. Le jury a apprécié lorsque la convergence des intégrales impropres était évoquée.

La leçon « Statistique à une ou deux variables, représentation et analyse de données » impose le recours à l'outil numérique. Il est attendu d'aborder l'analyse des données et les couples d'indicateurs, de donner leurs interprétations possibles et d'avoir un recul sur la pertinence des représentations graphiques proposées. Le jury souligne l'importance d'une vision globale pour cette leçon sur l'analyse de données, ne se limitant pas à la description procédurale du calcul des indicateurs. La présentation d'autres types d'ajustements a été apprécié, comme la droite de Mayer et le point moyen, en lien avec le programme de terminale de la voie technologique.

Arithmétique

La rigueur dans l'énoncé des définitions, des théorèmes et des propriétés est appréciée. Il est aussi important de proposer des méthodes et de savoir les mobiliser. Ainsi, certains candidats présentent la division euclidienne dans Z , sans savoir l'appliquer à un cas simple. D'autres se trouvent en difficulté pour donner la liste des diviseurs ou donner le nombre de diviseurs, ainsi que pour tester la primalité d'un nombre entier. A contrario, il ne s'agit pas de réduire ces leçons à des méthodes sans prendre de recul ou sans être en capacité d'explicitier les raisonnements. Si l'utilisation de programmes Python est pertinente, il est important de préciser les notions mobilisées et de justifier leur exécution. Se placer au niveau de l'option mathématiques expertes est intéressant et attendu, mais il faut également connaître la manière dont certaines notions sont abordées au collège.

La leçon « Multiples et diviseurs dans N , nombres premiers » est bien limitée à l'ensemble des entiers naturels. Certains ont su présenter et démontrer des critères de divisibilité en complément des critères apparaissant dans les manuels. Le jury remarque que la démonstration de l'infinitude des nombres premiers est généralement bien traitée. Le crible d'Eratosthène a toute sa place dans cette leçon. Pour la leçon « PGCD et PPCM dans Z », il est attendu des candidats qu'ils soient en capacité de déterminer le PGCD et le PPCM de deux nombres entiers avec des raisonnements différents (algorithme d'Euclide, décomposition en facteurs premiers). La résolution d'une équation diophantienne est rarement menée complètement, les candidats n'identifient pas bien le raisonnement par analyse-synthèse. Cette leçon est amenée à évoluer dans son énoncé.

Pour la leçon « Congruences dans Z », les candidats doivent savoir si les propriétés exposées peuvent s'énoncer sous forme d'équivalence. Les critères de divisibilité ont totalement leur place dans cette leçon.

Nombres complexes, trigonométrie

Les leçons sur les nombres complexes nécessitent de savoir démontrer les propriétés simples faisant intervenir module, conjugué, argument et de proposer des exemples d'application mettant en évidence l'intérêt des différentes écritures. Les formules d'Euler et de Moivre ont leur place dans ces leçons, ainsi que leurs applications. Pour l'utilisation des nombres complexes en géométrie, on attend d'un candidat qu'il soit en capacité d'interpréter géométriquement des égalités (médiatrice, points équidistants, appartenance à un cercle, alignement, perpendicularité).

Pour la leçon « Différentes écritures d'un nombre complexe », le jury regrette que la notation de l'exponentielle complexe ne soit pas toujours clairement définie et que les liens entre les différentes écritures ne soient pas explicités.

La leçon « Utilisation des nombres complexes en géométrie » conduit à revenir sur certaines transformations du plan. Des candidats ont choisi de préciser en début de leçon la définition de l'ensemble des nombres complexes et de certaines caractéristiques des nombres complexes pour permettre de faire des correspondances avec la géométrie, tout en mettant en avant la plus-value de l'utilisation des nombres complexes.

Pour la leçon « Trigonométrie », des candidats ont su montrer l'évolution des notions et de leurs définitions du cycle 4 à la classe de terminale, en particulier le passage de la notion de cosinus d'un angle aigu à la fonction cosinus. La leçon a conduit à la présentation d'algorithmes d'approximation de π qui ont été appréciés. La tangente et les formules d'addition et de soustraction du cosinus et du sinus ne sont que rarement exposées. Déterminer les valeurs remarquables est difficile pour certains candidats.

Géométrie

Dans la leçon « Repérage dans le plan, dans l'espace, sur une sphère », il convient de ne pas se limiter au niveau collège. On attend du candidat qu'il définisse différents types de repères. Les coordonnées polaires et les nombres complexes sous forme trigonométrique ont toute leur place dans cette leçon.

Pour la leçon « Droites et plans dans l'espace », le candidat doit savoir définir les objets mathématiques et ne pas se contenter de notions intuitives. Il faut savoir justifier certaines propriétés (parallélisme, orthogonalité, non coplanarité) autrement que par la lecture d'une figure. Le candidat doit être capable de déterminer et représenter l'intersection de deux plans dans des cas élémentaires. Le théorème du toit a toute sa place dans cette leçon. On attend du candidat qu'il maîtrise les différences positions relatives dans le plan et dans l'espace.

La leçon « Transformations du plan. Frises et pavages » ne doit pas se limiter au niveau collège et doit comprendre des exercices ou des propriétés qui peuvent donner lieu à un développement consistant. On peut par exemple faire intervenir les nombres complexes. Il est indispensable d'aborder les frises et pavages et d'en donner une définition. La connaissance de la composition de transformations contribue à une bonne compréhension des pavages. Le jury a apprécié l'illustration par des figures et l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique.

La leçon « Relations métriques et angulaires dans le triangle » n'est pas spécifique au collège et doit conduire à s'interroger sur l'articulation entre les définitions proposées au collège et au lycée. Envisager le cas où un triangle possède un angle obtus dans la démonstration du théorème d'Al-Kashi pose des problèmes à de nombreux candidats. Le jury apprécie que les exemples proposés ne se limitent pas à une simple application rapide du cours.

La leçon « Solides de l'espace : représentations et calculs de volumes » est souvent présentée de manière trop élémentaire. Un candidat doit être en capacité de définir les différents solides et de démontrer les formules des volumes (cylindres, pyramides, boules, cônes). Il est utile de faire référence aux patrons des solides et de savoir les réaliser. Des qualités de représentation au tableau ou à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique sont importantes pour bien visualiser les exemples et les applications proposés.

Pour la leçon « Périmètres, aires, volumes », des comparaisons entre les périmètres de différentes figures ou entre leurs aires sont bienvenues. Certains candidats n'ont pas d'idées sur la manière de démontrer les formules. Sans en faire le sujet central, la leçon peut inclure la présentation d'exercices ou de problèmes utilisant diverses notions des programmes : suites, intégrales, fonctions, optimisations des aires...

La leçon « Exemples de résolution de problèmes de géométrie plane à l'aide des vecteurs » ne se limite pas aux applications de la notion de déterminant travaillée en seconde. La notion de produit scalaire offre de beaux problèmes, de même que certaines notions mathématiques proposées en approfondissement des programmes, comme le barycentre. Certains candidats ont posé des problématiques donnant sens aux problèmes proposés et structurant le plan de la leçon.

La leçon « Produit scalaire dans le plan » doit naturellement comprendre les propriétés caractéristiques du produit scalaire. Quel que soit le choix initial de la définition du produit scalaire dans le plan, le passage d'une expression du produit scalaire à une autre expression doit être maîtrisé. Les candidats doivent être vigilants à la formulation des pré-requis et à l'ordre des différentes propriétés dans le plan de la leçon. Notamment, la résolution d'un exercice ne doit pas utiliser des propriétés données postérieurement dans le plan. Peu de candidats évoquent le théorème de la médiane qu'il est pourtant intéressant de mettre en lumière ici. La démonstration du théorème d'Al-Kashi est en général bien maîtrisée. Le lien avec la physique peut être davantage mis à profit.

La géométrie doit naturellement constituer le cœur de la leçon « Applications de la notion de proportionnalité à la géométrie ». La construction de figures ou l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique sont appréciées. Cette leçon ne se limite pas au théorème de Thalès et aux triangles. Pour la leçon « Problèmes de constructions géométriques », si l'entrée par les problèmes est importante, des exemples de constructions sont attendus. La variété des approches de cette leçon la rend riche. Celle-ci peut être illustrée avec des exemples allant du cycle 4 au cycle terminal.

Des raisonnements du type analyse-synthèse sont attendus.

Une réflexion est à mener sur la classification des « Problèmes d'alignement, de parallélisme » et sur l'utilisation pertinente d'outils mathématiques adaptés. Le jury a apprécié les exemples dans le plan et dans l'espace.

Pour la leçon « Exemples de problèmes d'intersection en géométrie », il est important de s'appuyer sur des définitions claires et rigoureuses pour démontrer les propriétés et théorèmes. La cohérence du plan est un élément important. Le recours aux dessins à main levée a été apprécié, de même que la capacité à raisonner dans des registres différents, ainsi que la proposition de problèmes ne se limitant pas à l'intersection de droites et de plans.

Proportionnalité et pourcentages

La leçon « Pourcentages et taux d'évolution » reste très souvent limitée au programme du cycle 4. Une préparation soutenue devrait conduire les candidats à proposer des applications pertinentes de niveau lycée et à s'appuyer sur leurs connaissances du supérieur. Pour ces leçons, il est attendu des définitions rigoureuses, la démonstration des propriétés utilisées et la justification des méthodes proposées. L'illustration par des exemples contextualisés est appréciable, par exemple l'évocation de situations issues du domaine bancaire, commercial, fiscal. Le taux moyen doit être connu.

Équations

La leçon « Problèmes conduisant à une modélisation par des équations ou des inéquations » ne doit pas se limiter à des rappels sur la résolution des équations et des inéquations ou aux équations polynomiales. Les équations diophantiennes, les systèmes linéaires d'équations, ou d'inéquations, les équations différentielles ont toute leur place dans cette leçon. Des situations variées devant conduire à une modélisation sont attendues.

Graphes et matrices

Pour la leçon « Problèmes conduisant à une modélisation par des graphes, par des matrices », il est intéressant de proposer des problèmes qui ne nécessitent pas de traitement matriciel et d'autres où celui-ci est nécessaire. Il est préférable de proposer quelques problèmes conduisant à une modélisation plutôt qu'une succession d'exercices techniques.

Second degré

Dans la leçon « Fonctions polynômes du second degré. Équations et inéquations du second degré. », il est attendu que le candidat sache factoriser avec des racines évidentes, passer de l'expression développée à la forme canonique, justifier les variations des fonctions polynômes du second degré sans recourir à la notion de dérivation, démontrer les théorèmes énoncés. La résolution dans \mathbb{C} est souvent oubliée. L'appui sur des propriétés graphiques a été apprécié.

Analyse

Pour la leçon « Suites numériques. Limites. », la notion de limite et les théorèmes de convergence ont été peu développés. Il est attendu du candidat de savoir formuler de différentes façons la convergence d'une

suite et d'en donner une illustration. Le jury a apprécié la référence à des problèmes mathématiques historiques, comme la méthode de Héron ou la suite de Fibonacci.

La leçon « Suites définies par récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$. » ne doit pas se limiter aux suites arithmétiques et géométriques. Il est attendu du candidat qu'il sache représenter une suite et qu'il s'appuie sur les propriétés de la fonction f ayant un effet sur la suite. Le théorème du point fixe est souvent oublié. Les suites arithmético-géométriques et leur étude doivent être connues. Le jury a apprécié la présentation de méthodes en appui sur des représentations graphiques et des algorithmes.

La leçon « Détermination de limites de fonctions réelles de variable réelle. » a évolué dans son intitulé par rapport aux sessions précédentes. On attend des candidats qu'ils soient en capacité d'écrire les définitions de la limite et qu'ils développent les autres parties du programme dans lesquelles la notion de limite intervient.

Dans la leçon « Théorème des valeurs intermédiaires. Applications. », proposer un algorithme de dichotomie apporte une plus-value. Le candidat doit être capable de bien cerner les conditions d'application du théorème et de réfléchir à des contre-exemples pour illustrer la nécessité de certaines hypothèses. La démonstration du théorème est un attendu de cette leçon.

Dans la leçon « Nombre dérivé. Fonction dérivée », comme dans les autres leçons d'analyse, on attend des candidats qu'ils démontrent les propriétés qu'ils utilisent, qu'ils donnent des définitions rigoureuses et qu'ils proposent des applications éclairantes. Les interprétations graphiques sont souvent pertinentes, notamment lorsque le support numérique est utilisé à bon escient, par exemple pour le passage des sécantes à la tangente. La connaissance de quelques fonctions non dérivables en certains points est appréciée. Le jury attire l'attention du candidat sur l'ordre de présentation des propriétés.

Pour la leçon « Fonctions exponentielles », le candidat doit aborder, outre la fonction exponentielle de base e , les fonctions exponentielles de base a , avec $a > 0$. Les candidats sont souvent en difficulté pour expliquer le passage de la notation $\exp(1)$ au nombre e ou celui de $\exp(n)$ pour n entier relatif à $\exp(x)$ pour x réel. Il faut être vigilant sur l'ordre de présentation des propriétés.

Il convient de ne pas restreindre la leçon « Fonctions logarithmes » aux seules fonctions logarithme népérien et logarithme décimal, la fonction logarithme de base 2 peut être avantageusement évoquée. Il est attendu de savoir expliquer le lien avec la fonction exponentielle de base a .

Pour la leçon « Fonctions convexes. », certains candidats éprouvent des difficultés à identifier et à différencier le statut des énoncés, à interpréter la notion de convexité ou à proposer des applications pertinentes. Le jury souligne que cette leçon est souvent bien traitée, et précise qu'il faut cependant veiller à la rattacher aux programmes de lycée et être capable d'exposer des applications. La présentation de certains résultats a été appréciée : inégalité de Jensen, inégalité des trois pentes, inégalité de Cauchy-Schwarz dans le plan, inégalité de Holder, etc.

Pour la leçon « Primitives, équations différentielles », il est attendu de maîtriser les démonstrations présentes dans le programme du lycée et d'illustrer la leçon par des exemples issus des autres disciplines. Certains candidats se sont trouvés en difficulté pour déterminer une primitive de la fonction \ln . La méthode d'Euler a toute sa place dans cette leçon.

La leçon « Intégrales, primitives » doit conduire à exposer clairement le lien entre les deux parties de la leçon et à mener des calculs classiques d'intégrales. Le jury constate souvent des incohérences dans l'articulation du plan. La démonstration des théorèmes exposés est un attendu.

La leçon « Exemples de calculs d'intégrales (méthodes exactes, méthodes approchées) » doit rester centrée sur les méthodes exactes et approchées. Le temps dédié à la définition et aux propriétés de l'intégrale doit être mesuré pour centrer la leçon sur les calculs. Pour cette leçon, l'utilisation de l'outil numérique est un attendu. L'aspect "méthodes approchées" ne doit pas se limiter à la seule méthode des rectangles. Les candidats s'interrogent trop rarement sur la convergence de la méthode et l'estimation de l'erreur.

Pour la leçon « Exemples de résolution d'équations (méthodes exactes, méthodes approchées) », la méthode de Newton est souvent évoquée ; on doit être en mesure de l'expliquer, de justifier la

convergence de la méthode et d'avoir connaissance de l'erreur commise. La référence à l'histoire des mathématiques et la maîtrise des algorithmes présentés sont particulièrement bienvenues.

Pour traiter de façon pertinente « Exemples de modèles d'évolution », il convient d'abord de se demander ce qu'est un modèle. Par ailleurs, il s'agit d'une leçon d'exemples. Le jury a apprécié la présentation des graphes et des chaînes de Markov dans cette leçon.

Thèmes transversaux

La leçon « Problèmes dont la résolution fait intervenir un algorithme » est très peu choisie. Les algorithmes présentés doivent apparaître comme méthode de résolution d'un problème posé. Il est apprécié un exposé structuré dans lequel l'usage d'un algorithme est vraiment pertinent. Il ne s'agit pas de recenser des exercices dans lesquels un algorithme est proposé. L'algorithme de Dijkstra a toute sa place dans cette leçon.

Alors qu'elle paraît de nature à valoriser les compétences mathématiques des candidats, la leçon « Différents types de raisonnement en mathématiques » est également peu choisie et sans doute insuffisamment préparée. Elle doit pourtant permettre de présenter des résultats intéressants en précisant de façon claire et rigoureuse les structures logiques des raisonnements proposés. Le jury a observé deux approches différentes : un exposé des différents types de raisonnement illustrés chacun par un ou deux exemples consistants ou bien une présentation de propriétés connues pouvant être démontrées par un certain type de raisonnement.

La leçon « Exemples d'approche historique de notions mathématiques enseignées au collège, au lycée » est rarement choisie. C'est une leçon de synthèse qui permet pourtant au candidat de valoriser sa prestation par le choix de situations issues de branches diverses des mathématiques et à des niveaux d'enseignement variés. Le jury a pu apprécier des exemples portant sur la construction du nombre, montrant la nécessité d'une notation ou différentes démonstrations d'un même théorème, le lien entre différentes disciplines, etc.

La leçon « Applications des mathématiques à d'autres disciplines » a mis en exergue la culture scientifique de certains candidats. La partie mathématique doit garder une place suffisante, sans pour autant constituer le cœur de la leçon.

5.2 Épreuve d'entretien

Présentation par le candidat des éléments de son parcours et des expériences.

La première partie de l'entretien débute par la présentation par le candidat des éléments de son parcours et des expériences qui l'ont conduit à se présenter au concours (5 minutes). Cette présentation donne lieu à de bonnes prestations en général, même si de nombreux candidats n'exploitent pas pleinement le temps dont ils disposent et ne s'appuient pas suffisamment sur leur parcours personnel et professionnel pour faire le lien avec les compétences requises dans le métier d'enseignant.

La plupart des candidats ont préparé leur présentation et parlent de manière fluide et naturelle. Le jury fait observer qu'un discours appris par cœur, tout autant qu'une improvisation totale, desservent le candidat. Sur le fond, il est attendu que le candidat explicite ses motivations à devenir enseignant et son choix de la discipline. Si les compétences de travail en équipe, d'adaptabilité au public, de dialogue et d'écoute sont pertinentes, il convient de savoir en valoriser d'autres.

Le choix de la discipline n'est pas anodin et mérite une argumentation sur les raisons de ce choix dépassant les premiers propos : « j'ai toujours aimé les maths », « j'ai toujours voulu être enseignant de mathématiques ».

Projection dans le métier d'enseignant en appui sur le parcours

Cette présentation donne lieu à un échange avec le jury. Certains candidats n'hésitent pas à évoquer des questions didactiques avec des exemples bien choisis, mais aussi des projections sur la gestion de classe et sur la posture d'un enseignant. Si les candidats ayant eu une expérience professionnelle ou bénévole se projettent plus facilement dans le métier, ils doivent néanmoins être en mesure d'envisager d'autres contextes d'enseignement que ceux qu'ils ont rencontrés. Les candidats ayant bénéficié de stages d'observation ont tout intérêt à les évoquer sans rester dans une description. La mise en perspective, l'analyse et la prise de recul sont de nature à étoffer la projection dans le métier d'enseignant.

Projection dans le métier au travers des situations

La deuxième partie de l'épreuve permet au jury, à travers deux mises en situation professionnelle, l'une d'enseignement, l'autre en lien avec la vie scolaire, d'apprécier l'aptitude du candidat à s'approprier les valeurs de la République et à les faire connaître et partager.

L'exposé de la situation est proposé sous la forme d'une conversation, tout en laissant au candidat la possibilité de prendre le temps de réfléchir afin d'en comprendre les enjeux ou même de prendre des notes. Les candidats fondent souvent leur choix sur des valeurs personnelles fortes. Si l'émotion est importante pour identifier et exprimer ce que l'on ressent ou pour comprendre ce que ressentent les autres, il convient de s'en dégager pour mieux qualifier la situation et analyser ses conséquences et les déstabilisations induites. Il est attendu du candidat qu'il se rapporte à des références personnelles, mais aussi aux compétences professionnelles, au projet d'un établissement, à ses outils et ses instances, à des politiques éducatives, à des textes législatifs, ainsi qu'aux principes et valeurs de la République. Le format de la discussion a permis de mettre en valeur les candidats faisant preuve de bon sens sans forcément toujours utiliser un vocabulaire académique. Le jury précise qu'ils n'attendent pas une « bonne réponse » et sait apprécier les réactions personnelles, dès lors qu'elles sont basées sur une réflexion en cohérence avec les enjeux du système éducatif et les valeurs de la République.

Une bonne connaissance du système éducatif et du rôle des acteurs est indispensable pour cette épreuve.

Qualités orales

La modalité de la conversation contribue à mettre les candidats à l'aise. Lors des temps d'échange, le format court des questions et des réponses conduit à varier les sujets et à valoriser les compétences de chacun. Les candidats doivent veiller à leur posture et à rester audibles.

Exemples de situations proposées

Voici quelques situations proposées lors de cette session.

Il est généralement demandé au candidat de distinguer les valeurs ou principes mis en jeu, d'analyser la situation et de dire comment il réagirait s'il y était confronté.

Dans une séquence d'enseignement est évoquée la forme de la Terre et le fait que certaines personnes sur les réseaux sociaux affirment qu'elle est plate. Un élève dit que c'est leur opinion et qu'il faut la respecter.

L'équipe de mathématiques propose un calendrier de l'Avent avec une énigme par jour. Lors du conseil d'administration, les élèves reprochent le prosélytisme religieux de cette initiative.

Des élèves se plaignent auprès de vous, car le professeur de mathématiques de l'année précédente n'a pas traité une partie du programme.

Vous constatez que plusieurs copies d'un devoir à la maison sont identiques. Ces élèves viennent vous trouver en fin de cours et vous expliquent qu'ils ont travaillé ensemble, ce que les surveillants confirment.

Dans votre classe, vous remarquez en début d'année que des élèves n'ont pas le matériel attendu : cahier, calculatrice, matériel de géométrie, etc.

Une élève souhaite changer ses choix d'enseignement de spécialité de première car ses parents pensent que les mathématiques seront trop difficiles pour elle.

Un élève en situation de handicap bénéficie d'une augmentation du temps prévu lors des évaluations. Des élèves trouvent qu'il est avantagé, car il a plus de temps pour relire son travail et obtenir de meilleures notes.

Lors d'une réunion avec des parents, vous leur présentez les notions sur lesquelles leur enfant a un niveau de maîtrise fragile. Les parents vous demandent si vous pouvez lui donner des cours particuliers.

Un élève vient vous voir en vous disant, qu'à la suite de son passage au tableau, des camarades ont posté sur les réseaux sociaux des commentaires sur son poids.

6. Annexe : ressources mises à disposition des candidats

Pendant le temps de préparation et lors de l'interrogation orale, le candidat bénéficie du matériel informatique mis à sa disposition.

Les candidats ne sont pas autorisés à utiliser de calculatrices.

Le transfert des données entre la salle de préparation et la salle d'interrogation se fait grâce au réseau de l'établissement. L'utilisation de tout support numérique personnel est exclue.

L'usage des téléphones mobiles et de toute forme d'accès à internet est interdit dans l'enceinte de l'établissement.

Les documents suivants sont mis à disposition des candidats sous forme numérique :

- réglementation du concours ;
- référentiel des compétences professionnelles ;
- programmes de Mathématiques (collège et lycée) et documents ressources en ligne sur Eduscol.

Manuels numériques

Le jury remercie les éditeurs ayant mis gracieusement leurs manuels à la disposition du concours.

BELIN

- Delta : 6e (2016), cycle 4 (2016)
- Métamaths : 2de (2019) et 1re spécialité (2019)
- Cahier Python pour les maths en 2de (2020)
- Enseignement scientifique 1re (2019)
- Enseignement scientifique Terminale (2020)

BORDAS

- CQFD : 1re spécialité (2019)
- Indice : 2de (2019), 1re spécialité (2019), 1re séries technologiques (2019), Terminale mathématiques complémentaires (2020), Terminale spécialité (2020), Terminale séries technologiques, enseignement commun et spécialité STI2D/STL (2020)
- Myriade : 6e cycle 3 (2016), cycle 4 (2016)
- Enseignement scientifique 1re (2019), Enseignement scientifique Terminale (2020)

DELAGRAVE

- BTS Industriels (B, C et D) (2014)
- Algomaths : 1re séries technologiques enseignement commun et spécialité STI2D/STL (2019), Terminale séries technologiques enseignement commun et spécialité STI2D/STL (2020)

DIDIER

- Mathsmonde : 6e cycle 3 (2017), cycle 4 (en un volume) (2016)
- Math'x : 2de (2019)

- Enseignement scientifique 1re (2019)

FOUCHER

- Sigma : 1re séries technologiques (2019), Terminale séries technologiques enseignement commun et spécialité STI2D/STL (2020)
- Sigma BTS : BTS CG (2015), Mathématiques pour l'informatique BTS SIO (2014), BTS Industriels Tome 1 groupement A (2002), BTS Industriels Tome 2 groupement A (2002), BTS Industriels Tome 1 Analyse et algèbre groupements B, C et D (2014), BTS Industriels Tome 2 Statistique et probabilités groupements B, C et D (2014)

HACHETTE

- Déclic : Déclic 2de (2019), Déclic 1re (2019), Terminale mathématiques complémentaires (2020)
- Phare : 6e (2016), 5e (2016)
- Kiwi cycle 4 (2016)
- Mission Indigo : cycle 4 5e (2016), cycle 4 4e (2016), cycle 4 3e (2016)
- Barbazo : 2de (2019), 1re spécialité (2019), Terminale spécialité (2020), mathématiques complémentaires (2020)
- Calao : 1re séries technologiques mathématiques enseignement commun et spécialité STI2D/STL (2019), Terminales STI2D/STL Mathématiques enseignement commun et spécialité (2020)
- Enseignement scientifique 1re (2019), Enseignement scientifique Terminale (2020)
- BTS : Mathématiques groupement A (2006), Mathématiques groupement B, C et D (2006)

HATIER

- Dimensions : 6e cycle 3 (2016), 3e année du cycle 4 (2016), cycle 4 (2016)
- Variations : 2de (2019), 1re spécialité (2019), Terminale spécialité (2020)
- Enseignement scientifique 1re (2019), Enseignement scientifique Terminale (2020)

MAGNARD

- Delta Maths : 6e (2016), cycle 4 (2017)
- Sésamath : cycle 4 (2016), Terminale spécialité (2020), mathématiques complémentaires (2020), mathématiques expertes (2020)
- Maths : 2de (2019), 1re (2019)
- Enseignement Scientifique 1re (2019), Enseignement scientifique Terminale (2020)

NATHAN

- Transmath : 6e Cycle 3 (2016), cycle 4 (2016), 2de (2019), 1re spécialité (2019)
- Techmaths : 1re enseignement commun et spécialité STI2D (2019), Terminale enseignement commun et spécialité STI2D/STL (2020)
- Hyperbole : 2de (2019), 1re (2019), Terminale spécialité (2020), mathématiques complémentaires (2020), mathématiques expertes (2020)
- Enseignement scientifique 1re (2019), Enseignement scientifique Terminale (2020)

DUNOD

- Mathématiques pour l'informatique BTS SIO (2015), Programmation en Python pour les mathématiques (2016)

ELLIPSES

- Apprendre la programmation par le jeu, à la découverte du langage Python 3 (2015)
- Python, les bases de l'algorithmique et de la programmation (2015)

EYROLLES

- Apprendre à programmer avec Python 3 (2012)
- Informatique et sciences du numérique - édition spéciale Python ! (2013)

MASSON

- Éléments d'algorithmique (1992)

Le candidat peut également, dans les conditions définies par le jury, utiliser des ouvrages personnels. Seuls sont autorisés les livres en vente dans le commerce, à condition qu'ils ne soient pas annotés. Sont exclus les ouvrages de préparation aux épreuves orales du concours. Le jury se réserve la possibilité d'interdire l'usage de certains ouvrages dont le contenu serait contraire à l'esprit des épreuves.

Logiciels

- LibreOffice
- Emulateurs de calculatrice numworks
- Geogebra 5
- Python 3 (éditeur Pyzo avec les bibliothèques numpy, scipy et matplotlib)
- Scratch