



**MINISTÈRES
ÉDUCATION
JEUNESSE
SPORTS
ENSEIGNEMENT
SUPÉRIEUR
RECHERCHE**

*Liberté
Égalité
Fraternité*

Direction générale des ressources humaines

RAPPORT DU JURY

SESSION 2026

Concours : CAPES externe et CAFEP-CAPES - Bac+5

Section : Mathématiques

Rapport de jury présenté par :

Armelle POUTREL

Inspectrice générale de l'éducation, du sport et de la recherche

Présidente du jury

Conseil aux futurs candidats

Il est recommandé aux candidats de s'informer sur les modalités du concours.

Les renseignements généraux (conditions d'accès, épreuves, carrière, etc.) sont donnés sur le site du ministère de l'Éducation nationale :

<http://www.devenirenseignant.gouv.fr/>

Le jury du CAPES externe de Mathématiques met à disposition des candidats et des formateurs un site spécifique :

<http://capes-math.org/>

Les épreuves écrites de cette session se sont tenues les 12 et 13 mars 2026.

Les épreuves orales se sont déroulées du 9 au 26 juin 2026, dans les locaux du lycée Frédéric Chopin à Nancy.

Le jury tient une nouvelle fois à remercier l'équipe de direction et l'ensemble des personnels du lycée Chopin pour la qualité de leur accueil. Il convient également de saluer le travail des informaticiens et des appariteurs, dont l'engagement contribue largement au bon déroulement des épreuves, ainsi que l'accompagnement efficace de la division des examens et concours du rectorat de Nancy-Metz.

Table des matières

1. PRESENTATION DU CONCOURS	5
1.1 DEFINITION DES EPREUVES	5
1.2 PROGRAMME DU CONCOURS.....	7
1.3 COMPOSITION DU JURY	7
2. QUELQUES STATISTIQUES	8
2.1 HISTORIQUE	8
2.2 REPARTITION DES NOTES : EPREUVES D'ADMISSIBILITE	9
2.3 REPARTITION DES NOTES : EPREUVES D'ADMISSION.	11
2.4 AUTRES DONNEES	14
3. ÉNONCES	16
3.1 SUJETS DES EPREUVES ECRITES.....	16
3.2 SUJETS DE L'ÉPREUVE DE LEÇON	17
4. ANALYSE ET COMMENTAIRES : EPREUVES ECRITES.....	18
4-1 PREMIERE EPREUVE ECRITE.....	18
4.2 SECONDE EPREUVE ECRITE.....	25
5. ANALYSE ET COMMENTAIRES : EPREUVES ORALES	37
5.1 ÉPREUVE DE LEÇON	37
5.2 ÉPREUVE D'ENTRETIEN	40
6 ANNEXE 1 : LES SUJETS DES EPREUVES ECRITES	43
6.1 PREMIÈRE ÉPREUVE	43
6.2 DEUXIÈME ÉPREUVE	51
7. ANNEXE 2 : RESSOURCES MISES A DISPOSITION DES CANDIDATS	70

1. Présentation du concours

1.1 Définition des épreuves

Les concours de recrutement de professeurs certifiés sont régis par l'arrêté du 25 janvier 2021 modifié ([MENH2033181A](#)).

A. - Épreuves d'admissibilité

1° Épreuve disciplinaire

L'épreuve permet d'apprécier la connaissance des notions du programme et l'aptitude à les mobiliser pour résoudre des problèmes. Elle sollicite également les capacités de raisonnement, de démonstration et d'expression écrite du candidat.

Le sujet est constitué d'un ou plusieurs problèmes.

Durée : cinq heures.

L'épreuve est notée sur 20.

Coefficient 2.

Une note globale égale ou inférieure à 5 est éliminatoire.

2° Épreuve disciplinaire appliquée

L'épreuve permet d'apprécier l'aptitude du candidat à mobiliser ses connaissances et compétences mathématiques et didactiques dans une perspective professionnelle. Le sujet est constitué d'un dossier pouvant comprendre un ou plusieurs énoncés d'exercices, des productions d'élèves, des documents institutionnels (extraits de programmes ou de ressources d'accompagnement), des extraits de manuels scolaires ou d'autres supports. Il est attendu du candidat :

- la résolution des exercices proposés ;
- une analyse de leur pertinence au regard des objectifs des programmes ;
- une évaluation des productions d'élèves (identification et traitement d'erreurs, valorisation de réussites, propositions de remédiation ou d'approfondissement) ;
- la conception d'une séquence portant sur un thème en lien avec les exercices du dossier (structuration du cours, choix d'activités, cohérence didactique, réflexion sur l'usage d'outils numériques, intégration d'éléments d'histoire des mathématiques, liens avec d'autres disciplines, etc.).

Durée : cinq heures.

L'épreuve est notée sur 20.

Coefficient 2.

Une note globale égale ou inférieure à 5 est éliminatoire.

B. - Épreuves d'admission

1° Épreuve de leçon

L'épreuve a pour objet la conception et l'animation d'une séance d'enseignement.

Elle permet d'évaluer la maîtrise mathématique, les compétences didactiques et pédagogiques du candidat et la pertinence de l'utilisation des supports (outils numériques, manuels, tableau).

Le candidat tire au sort deux sujets comportant chacun l'intitulé d'une leçon. Il choisit l'une d'entre-elles. Pendant vingt minutes maximum, il expose un plan d'étude hiérarchisé et détaillé de la leçon. Il est attendu du candidat un recul correspondant au niveau master.

L'exposé est suivi, pendant dix minutes maximum, du développement par le candidat d'une partie de ce plan, puis d'un entretien de trente minutes avec le jury.

Le développement a pour objet l'exposé par le candidat d'un élément significatif de son plan, choisi par le jury.

L'entretien avec le jury permet au candidat de justifier la cohérence du plan, de préciser certains aspects du développement et de mettre en valeur sa culture relative à la leçon traitée.

Pendant la préparation de l'épreuve et lors de l'interrogation, le candidat peut utiliser le matériel informatique mis à sa disposition. Il a également accès à la bibliothèque numérique du concours et peut, dans les conditions définies par le jury, utiliser des ouvrages personnels.

Durée de préparation : 2 heures et 30 minutes.

Durée de l'épreuve : 1 heure.

Coefficient 5.

L'épreuve est notée sur 20. La note 0 est éliminatoire.

2° Épreuve d'entretien

L'épreuve d'entretien avec le jury porte sur la motivation du candidat et son aptitude à se projeter dans le métier de professeur au sein du service public de l'éducation.

L'entretien comporte une première partie d'une durée de quinze minutes débutant par une présentation, d'une durée de cinq minutes maximum, par le candidat des éléments de son parcours et des expériences qui l'ont conduit à se présenter au concours en valorisant notamment ses travaux de recherche, les enseignements suivis, les stages, l'engagement associatif ou les périodes de formation à l'étranger. Cette présentation donne lieu à un échange avec le jury.

La deuxième partie de l'épreuve, d'une durée de vingt minutes, doit permettre au jury, au travers de deux mises en situation professionnelle, l'une d'enseignement, la seconde en lien avec la vie scolaire, d'apprécier l'aptitude du candidat à :

- s'approprier les valeurs de la République, dont la laïcité, et les exigences du service public (droits et obligations du fonctionnaire dont la neutralité, lutte contre les discriminations et stéréotypes, promotion de l'égalité, notamment entre les filles et les garçons, etc.) ;
- faire connaître et faire partager ces valeurs et exigences.

Le candidat admissible transmet préalablement une fiche individuelle de renseignement établie sur le modèle figurant à l'annexe VI de [l'arrêté du 25 janvier 2021 modifié](#).

Pas de temps de préparation.

Durée de l'épreuve : 35 minutes

Coefficient 3.

L'épreuve est notée sur 20. La note 0 est éliminatoire.

1.2 Programme du concours

Le programme des épreuves est constitué des programmes du collège et du lycée général et technologique en vigueur, auxquels s'ajoute, pour la première épreuve d'admissibilité, un programme spécifique publié pour chaque session sur le [site internet du ministère chargé de l'éducation nationale](#).

1.3 Composition du jury

Le jury du CAPES et du CAFEP section Mathématiques pour la session 2026 a été nommé par un arrêté du ministre de l'éducation nationale, de la jeunesse et des sports en date du 2 mars 2026.

Le jury était constitué de 160 personnes (77 femmes et 83 hommes).

2. Quelques statistiques

2.1 Historique

CAPES : pour cette cinquième année de mise en œuvre de la réforme des concours de recrutement d'enseignants (concours à la fin du M2) 1463 candidats se sont présentés aux épreuves d'admissibilité du CAPES externe pour 730 postes offerts.

Comme chaque année, un nombre important de candidats inscrits ne se sont pas présentés aux épreuves (46 % d'absents).

De plus, l'absentéisme aux épreuves orales est important mais en légère baisse cette année avec un taux égal à 13,1%, contre 16,1% la session précédente.

Afin de maintenir le niveau d'exigence que requiert le recrutement de professeurs certifiés, la barre d'admission de 96 sur 240 soit 8 sur 20, adoptée lors des sessions 2018, 2019, 2021, 2022, 2023, 2024 et 2025 a été reconduite, ce qui a permis de recruter 635 candidats.

CAPES	Postes	Inscrits	Présents	Présents/ Inscrits	Admissibles	Admissibles/ Présents	Admis	Admis/ Présents
2026	730	2714	1463	54%	1001	68%	635	43%
2025	990	3019	1559	51%	1152	74%	739	47%
2024	1040	3092	1565	50%	1254	80%	832	53%
2023	1040	3004	1495	50%	1172	78%	793	53%
2022	1035	2185	981	45%	817	83%	558	57%
2021	1167	3820	2075	54%	1706	82%	1067	51%
2020	1185	3653	1928	53%	---	---	1045	54%
2019	1200	4563	2139	47%	1706	80%	973	45 %
2018	1183	5074	2263	45%	1760	78%	1070	47%
2017	1440	5249	2306	44%	1942	84%	1066	46%
2016	1440	5373	2288	43%	1870	82%	1137	50%
2015	1440	4645	2205	47%	1803	82%	1097	50%
2014	1243	4268	2327	55%	1892	81%	838	36%
2014e	1592	4763	2454	52%	1903	78%	794	32%
2013	1210	3390	1613	48%	1311	81%	817	51%
2012	950	3194	1464	46%	1176	80%	652	45%
2011	950	2862	1285	45%	1047	81%	574	45%
2010	846	4020	2695	67%	1919	71%	846	31%
2009	806	4243	3160	74%	1836	58%	806	26%
2008	806	4711	3453	73%	1802	52%	806	23%
2007	952	5388	3875	72%	2102	54%	952	25%

CAFEP : 577 candidats se sont présentés aux épreuves d'admissibilité du CAFEP pour 161 postes offerts au concours, de sorte que tous les postes ont été pourvus (moyenne du dernier admis : 122,64 sur 240).

CAFEP	Postes	Inscrits	Présents	Présents/ Inscrits	Admissibles	Admissibles/ Présents	Admis	Admis/ Présents
2026	161	1051	577	55%	372	64%	161	28%
2025	193	974	533	54%	366	67%	193(+2)	36%
2024	190	917	468	51%	372	79%	190 (+2)	40%
2023	188	893	440	49%	329	75%	188 (+ 2)	43%
2022	186	796	378	47%	305	81%	186 (+ 2)	49%
2021	192	1016	526	52%	390	74%	192 (+2)	37%
2020	210	944	466	49%	---	---	210 (+4)	45%
2019	173	1182	498	42%	343	69%	172	35%
2018	174	1269	567	44%	337	59%	170	30%
2017	176	1318	642	49%	397	62%	176	27%
2016	174	1273	549	43%	410	75%	174	32%
2015	178	1039	495	48%	388	78%	178	36%
2014	151	747	452	61%	342	76%	136	30%
2014e	155	971	493	51%	342	69%	155	31%
2013	105	703	359	51%	272	76%	105	29%
2012	75	736	319	43%	214	67%	75	24%
2011	90	618	276	45%	198	72%	90	33%
2010	155	879	554	63%	308	56%	119	21%
2009	109	901	633	70%	268	42%	109	17%
2008	155	964	631	65%	200	32%	90	14%
2007	160	1019	693	68%	267	39%	123	18%

2.2 Répartition des notes : épreuves d'admissibilité

Les données suivantes concernent les concours du CAPES et du CAFEP réunis. Sauf mention contraire, les notes indiquées sont sur 20.

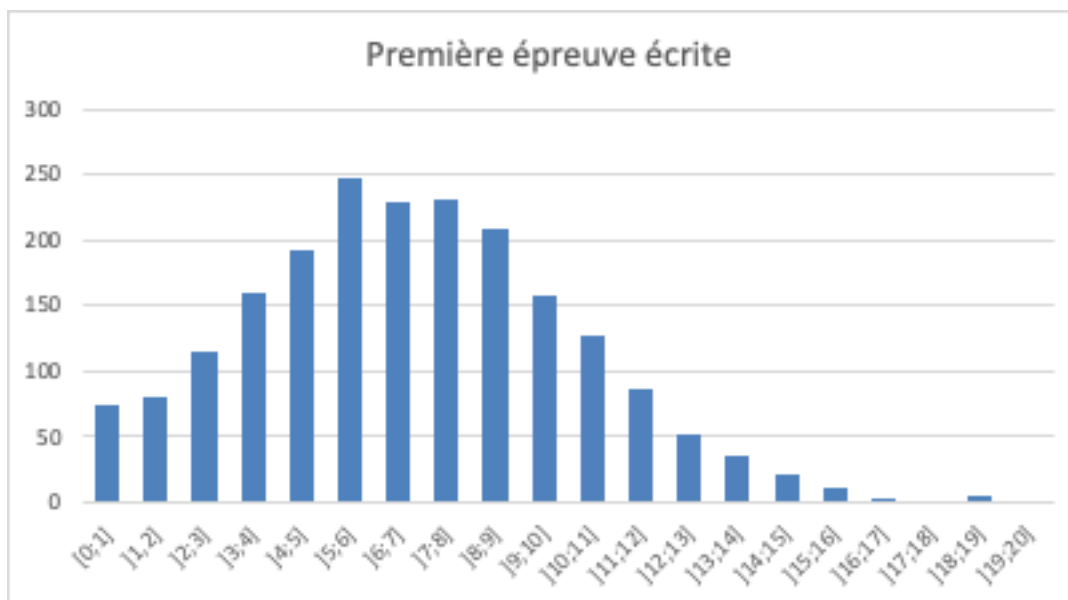
La moyenne du dernier admissible a été de 5,28 au CAPES et 5,18 au CAFEP.

149 candidats inscrits au CAPES et 75 au CAFEP obtiennent un total supérieur à la moyenne du dernier admissible mais ayant obtenu une note inférieure ou égale à 5 à au moins l'une des deux épreuves, ils ont été éliminés.

38 candidats se sont présentés à une seule des deux épreuves.

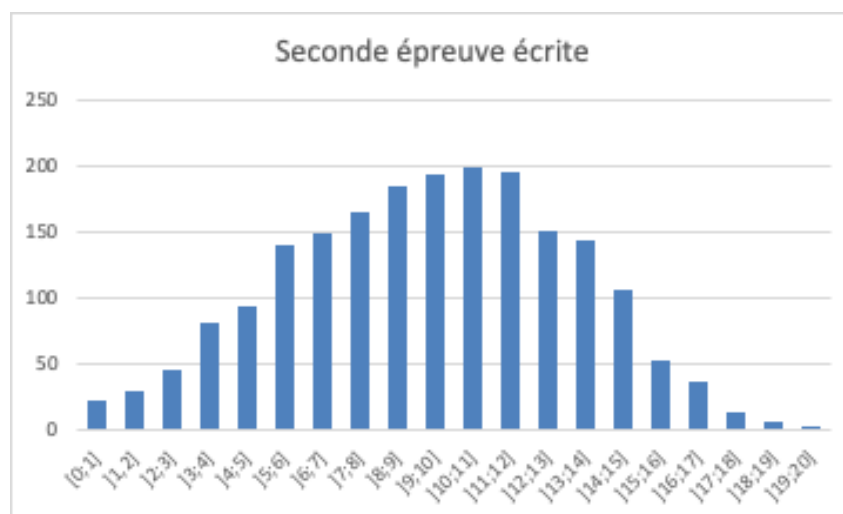
Première épreuve écrite (sur 20)

Moyenne	Écart type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
6,78	3,37	4,42	6,64	8,99



Seconde épreuve écrite (sur 20)

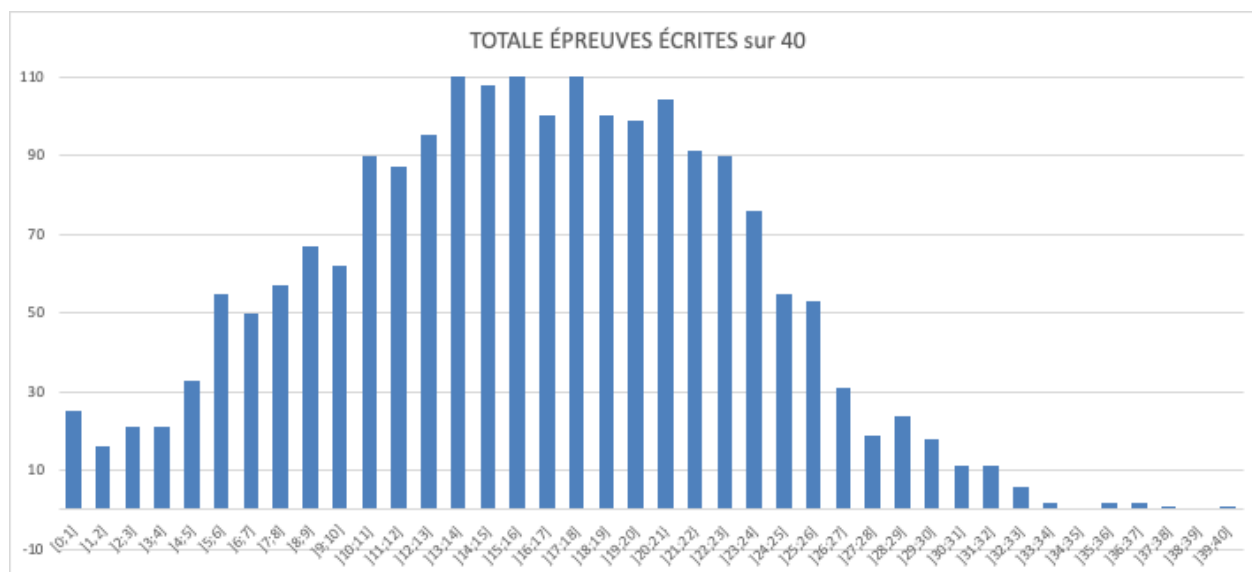
Moyenne	Écart type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
9,35	3,74	6,61	9,47	12,07



Le coefficient de corrélation linéaire entre les notes des deux épreuves écrites est 0,77.

Total des épreuves écrites (sur 40)
(Candidats présents aux deux épreuves uniquement)

Moyenne	Écart type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
15,94	6,83	11,17	16,00	20,79

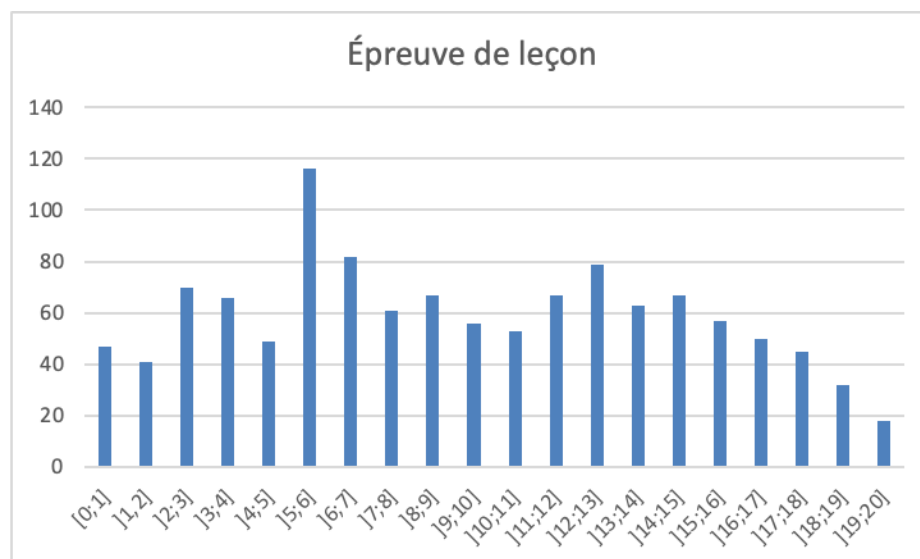


2.3 Répartition des notes : épreuves d'admission.

La moyenne des notes obtenues par les candidats à la première épreuve orale est très stable par rapport à l'année précédente.

Première épreuve orale (épreuve de leçon)

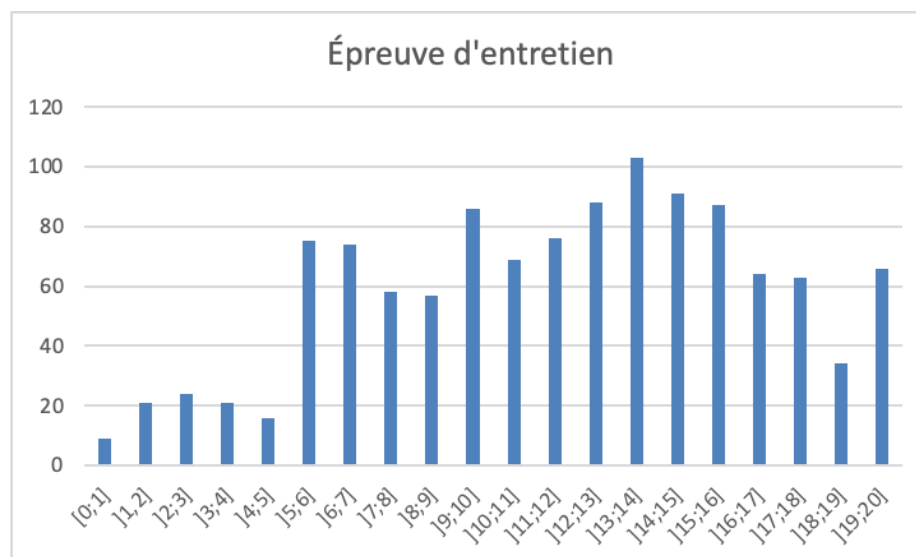
Moyenne	Écart type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
9,79	5,18	6,00	9,00	14,00



La moyenne des notes obtenues par les candidats à la seconde épreuve orale est également stable par rapport à la session 2025.

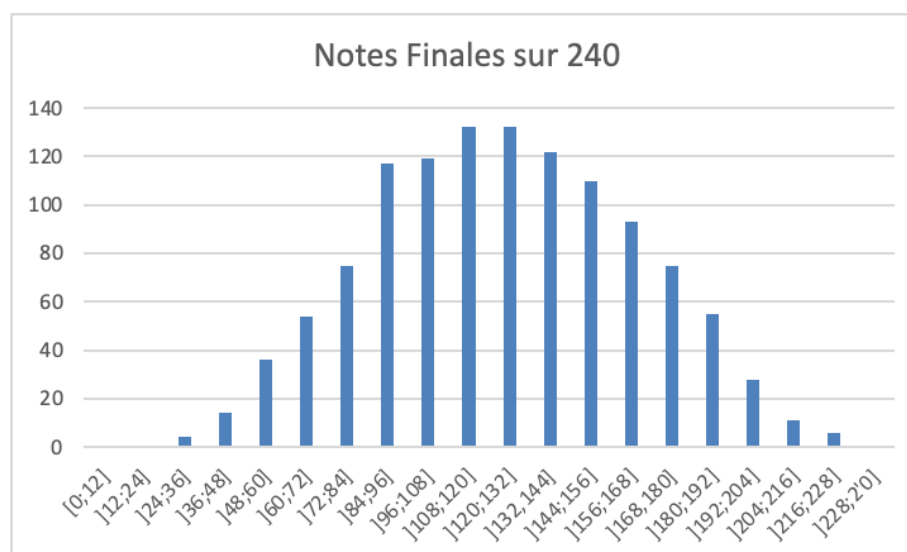
Seconde épreuve orale (épreuve d'entretien)

Moyenne	Écart type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
12,07	4,73	8,00	13,00	16,00



Total coefficienté des épreuves écrites et orales sur 240

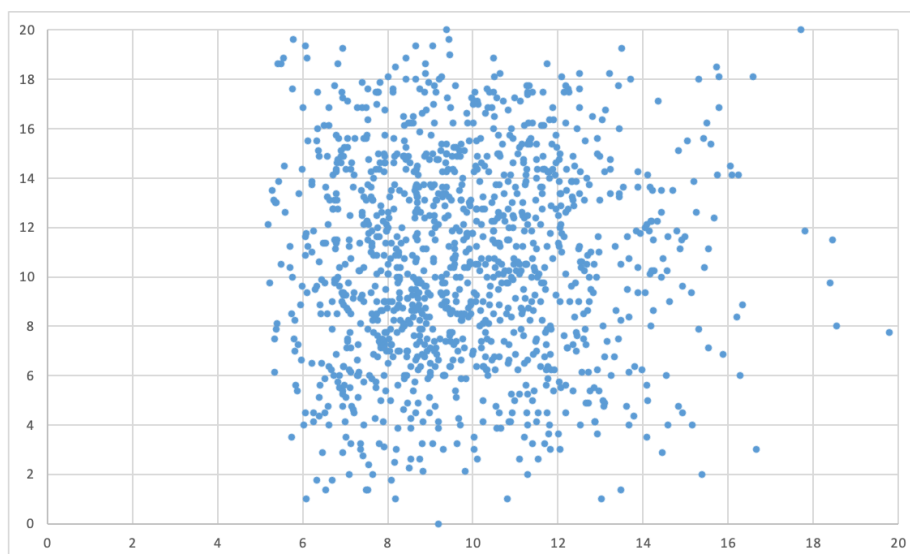
Moyenne	Écart type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
124,40	38,48	95,67	122,74	153,57



Voici quelques coefficients de corrélation entre les différentes épreuves :

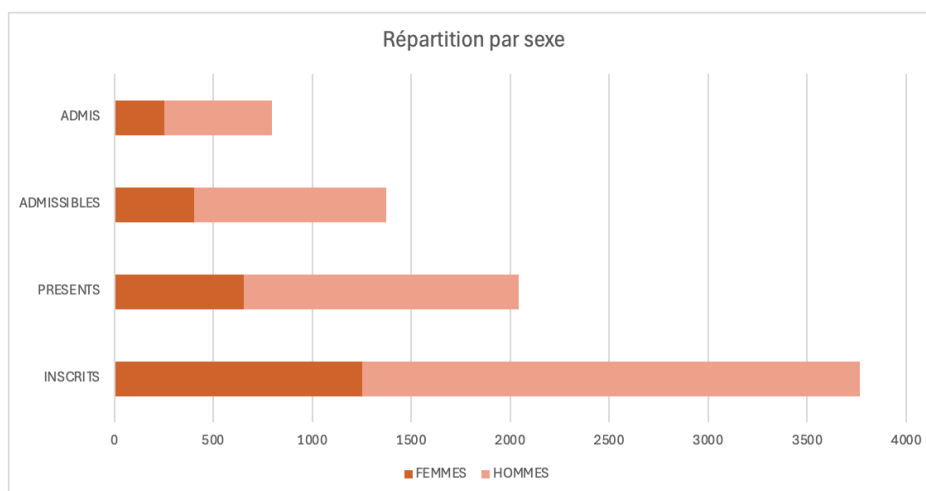
- épreuves écrites – épreuves orales : 0,45
- première épreuve orale – seconde épreuve orale : 0,29
- épreuves écrites – première épreuve orale : 0,49
- épreuves écrites – deuxième épreuve orale : 0,22

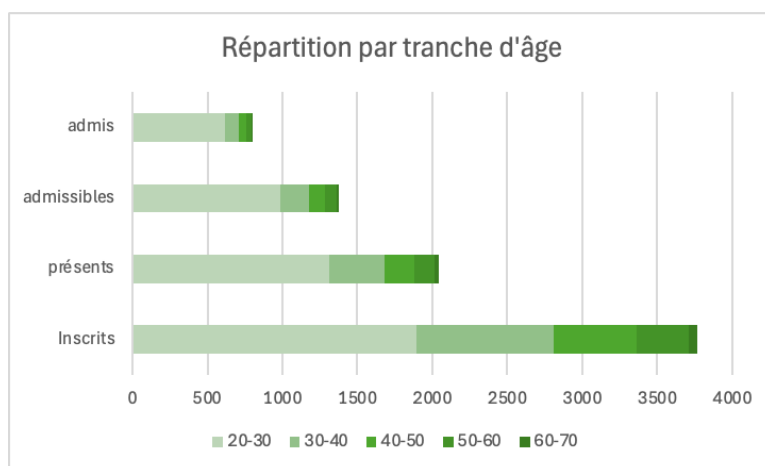
Le nuage de points ci-dessous donne la répartition des notes obtenues à l'écrit sur 20 (en abscisse) et à l'oral sur 20 (en ordonnée) par les candidats admissibles.



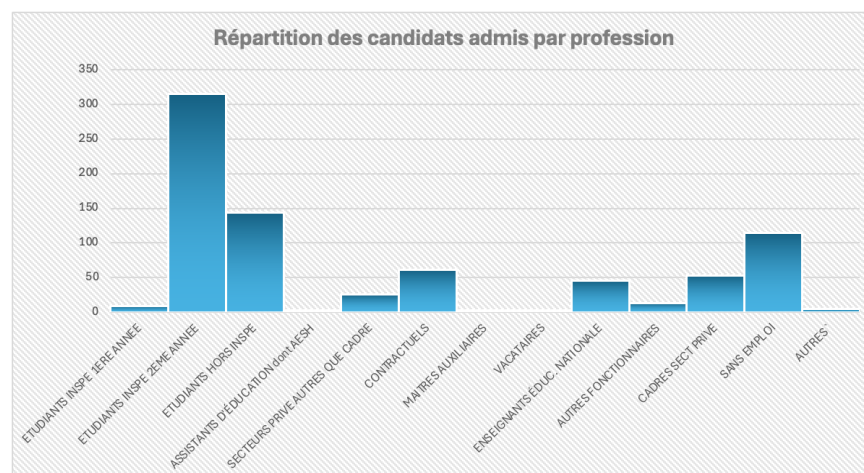
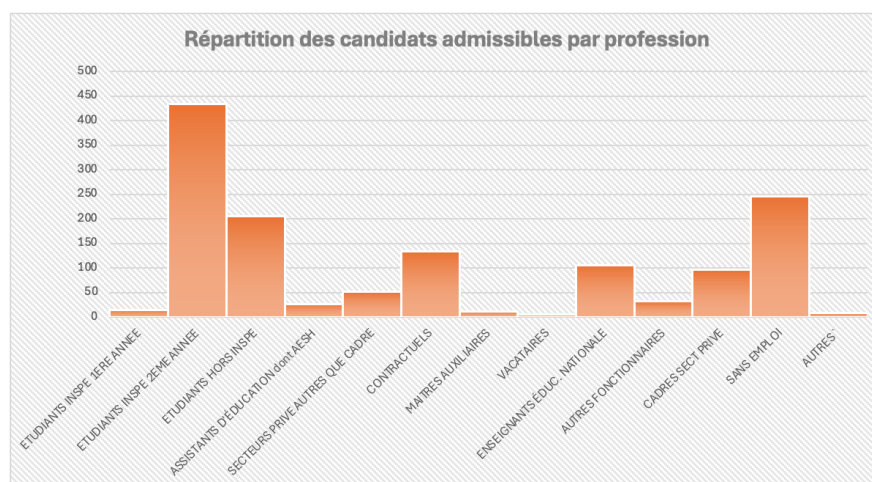
2.4 Autres données

Les données suivantes concernent les concours du CAPES et CAFEP réunis. Elles ont été établies à partir des renseignements fournis par les candidats au moment de leur inscription.





	Inscrits	Présents	Admissibles	Admis
Âge du plus jeune	21	21	21	22
Âge du plus âgé	69	69	67	66
Âge moyen	34	31	30	29



Répartition par académie

ACADÉMIE	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
AIX MARSEILLE	216	5,74%	118	5,82%	70	5,10%	32	4,02%
AMIENS	56	1,49%	30	1,47%	20	1,46%	10	1,26%
BESANCON	59	1,57%	36	1,76%	27	1,97%	21	2,64%
BORDEAUX	133	3,53%	78	3,86%	63	4,59%	31	3,89%
CLERMONT-FERRAND	60	1,59%	37	1,81%	33	2,40%	24	3,02%
CORSE	11	0,29%	6	0,29%	1	0,07%	1	0,13%
DIJON	46	1,22%	22	1,08%	18	1,31%	8	1,01%
GRENOBLE	158	4,20%	84	4,11%	54	3,93%	36	4,52%
LA GUADELOUPE	31	0,82%	25	1,22%	3	0,22%	2	0,25%
LA GUYANE	20	0,53%	10	0,49%	3	0,22%	0	0%
LA MARTINIQUE	22	0,58%	15	0,73%	5	0,36%	2	0,25%
LA NOUVELLE CALÉDONIE	12	0,32%	5	0,24%	1	0,07%	1	0,13%
LA POLYNÉSIE FRANÇAISE	19	0,50%	10	0,49%	4	0,29%	2	0,25%
LA RÉUNION	73	1,94%	32	1,57%	13	0,95%	6	0,75%
LILLE	214	5,68%	121	5,92%	92	6,70%	58	7,29%
LIMOGES	32	0,85%	18	0,88%	14	1,02%	10	1,26%
LYON	203	5,39%	100	4,99%	71	5,17%	45	5,65%
MAYOTTE	27	0,72%	10	0,49%	2	0,15%	0	0%
MONTPELLIER	130	3,45%	72	3,52%	45	3,28%	30	3,77%
NANCY-METZ	106	2,82%	48	2,35%	29	2,11%	19	2,39%
NANTES	174	4,62%	111	5,43%	82	5,97%	41	5,15%
NICE	91	2,42%	43	2,10%	25	1,82%	12	1,51%
NORMANDIE	135	3,59%	70	3,42%	49	3,57%	26	3,27%
ORLÉANS-TOURS	112	2,97%	72	3,52%	52	3,79%	34	4,27%
PARIS	14	0,37%	4	0,20%	3	0,22%	0	0%
POITIERS	68	1,81%	39	1,91%	29	2,11%	20	2,51%
REIMS	61	1,62%	41	2,01%	28	2,04%	15	1,88%
RENNES	148	3,93%	91	4,45%	64	4,66%	38	4,77%
STRASBOURG	112	2,97%	73	3,57%	57	4,15%	42	5,28%
TOULOUSE	180	4,78%	88	4,31%	68	4,95%	43	5,40%
CRETEIL PARIS VERSAILLES	1042	27,68%	531	25,98%	348	25,35%	187	23,49%
WALLIS ET FUTUNA								
TOTAL	3765		2040		1373		796	

3. Énoncés

3.1 Sujets des épreuves écrites

Les sujets des épreuves écrites sont disponibles sur le site [devenirenseignant](http://devenirenseignant.fr) ([première épreuve](#), [deuxième épreuve](#)). Ils sont également en annexe de ce rapport.

3.2 Sujets de l'épreuve de leçon

L'ensemble de l'épreuve s'inscrit dans le cadre des programmes de mathématiques du collège et du lycée général et technologique. Il est attendu du candidat un exposé faisant une synthèse sur le sujet choisi, sous la forme d'un plan d'étude hiérarchisé et détaillé, qui doit comprendre des exemples et des applications permettant d'illustrer ce sujet.

01. Exemples de dénombrements dans différentes situations.
02. Expérience aléatoire, probabilité, probabilité conditionnelle.
03. Variables aléatoires discrètes.
04. Variables aléatoires réelles à densité.
05. Statistique à une ou deux variables, représentation et analyse de données.
06. Multiples et diviseurs dans $\mathbb{N}$, nombres premiers.
07. PGCD dans $\mathbb{Z}$.
08. Congruences dans $\mathbb{Z}$.
09. Différentes écritures d'un nombre complexe.
10. Utilisation des nombres complexes en géométrie.
11. Trigonométrie.
12. Repérage dans le plan, dans l'espace, sur une sphère.
13. Droites et plans dans l'espace.
14. Transformations du plan. Frises et pavages.
15. Relations métriques et angulaires dans le triangle.
16. Solides de l'espace : représentations et calculs de volumes.
17. Périmètres, aires, volumes.
18. Exemples de résolution de problèmes de géométrie plane à l'aide des vecteurs.
19. Produit scalaire dans le plan.
20. Applications de la notion de proportionnalité à la géométrie.
21. Problèmes de constructions géométriques.
22. Exemples de problèmes d'alignement, de parallélisme.
23. Exemples de problèmes d'intersection en géométrie.
24. Pourcentages et taux d'évolution.
25. Problèmes conduisant à une modélisation par des équations ou des inéquations.
26. Problèmes conduisant à une modélisation par des graphes, par des matrices.
27. Fonctions polynômes du second degré. Équations et inéquations du second degré.
28. Suites numériques. Limites.
29. Suites définies par récurrence $u_{n+1}=f(u_n)$.
30. Détermination de limites de fonctions réelles de variable réelle.
31. Théorème des valeurs intermédiaires.
32. Nombre dérivé. Fonction dérivée.
33. Fonctions exponentielles.
34. Fonctions logarithmes.
35. Fonctions convexes.
36. Primitives, équations différentielles.
37. Intégrales, primitives.
38. Exemples de calculs d'intégrales (méthodes exactes, méthodes approchées).
39. Exemples de résolution d'équations (méthodes exactes, méthodes approchées).
40. Exemples de modèles d'évolution.
41. Problèmes dont la résolution fait intervenir un algorithme.
42. Différents types de raisonnement en mathématiques.

- 43. Exemples d'approche historique de notions mathématiques enseignées au collège, au lycée.
- 44. Applications des mathématiques à d'autres disciplines.

4. Analyse et commentaires : épreuves écrites

4-1 Première épreuve écrite

Le sujet de la première épreuve écrite est constitué de deux problèmes indépendants.

Le premier se présente sous la forme d'un questionnaire de type « vrai-faux », dont chaque réponse doit être argumentée. Il aborde successivement six thématiques inscrites au programme du concours : calcul dans $\mathbb{R}$, analyse réelle, arithmétique, géométrie et nombres complexes, dénombrement et probabilités, algèbre linéaire. Ce problème vise à évaluer à la fois la maîtrise de notions fondamentales et la capacité des candidats à construire une argumentation rigoureuse et convaincante.

Le second problème est consacré à l'étude de l'irrationalité de certains nombres et mobilise la géométrie, l'analyse, l'arithmétique et la trigonométrie. Il permet notamment d'apprécier les capacités d'analyse et de synthèse des candidats.

Le jury a eu le plaisir de lire de nombreuses copies soigneusement présentées, correctement rédigées et témoignant d'une bonne maîtrise de la discipline. Dans les meilleures productions, celle-ci se manifeste par une argumentation claire, une utilisation précise du langage mathématique et une articulation maîtrisée entre les raisonnements, les calculs et leur rédaction.

Un nombre non négligeable de copies présente néanmoins des fragilités importantes sur le plan de l'expression. L'orthographe y est parfois insuffisamment maîtrisée et certaines réponses, trop laconiques, laissent de nombreux éléments implicites. Le jury attire également l'attention sur l'emploi inapproprié de symboles mathématiques comme abréviations au sein de phrases rédigées. La langue française et le langage mathématique doivent s'articuler dans le respect de leurs règles propres. Ainsi, le symbole d'implication ne saurait être employé comme un simple substitut du mot « donc ».

Les notations doivent elles aussi être utilisées avec précision. Un segment, une droite et un vecteur ne se notent pas de la même manière. Ces distinctions ne relèvent pas seulement de conventions formelles : leur méconnaissance révèle parfois des confusions portant sur les objets mathématiques eux-mêmes, par exemple entre une fonction et son ensemble image, entre une suite et son terme général, ou encore entre les relations d'appartenance et d'inclusion. De telles confusions sont systématiquement pénalisées.

La copie remise doit être rédigée avec soin, dans une langue correcte. Il ne s'agit pas de rendre un brouillon rédigé dans un style télégraphique, mais de proposer une copie aérée, structurée et agréable à lire, ne laissant pas au correcteur la charge de reconstituer le raisonnement.

Le jury attend par ailleurs des réponses complètes. Les raccourcis tels que « et ainsi de suite » ne sauraient tenir lieu de démonstration, notamment dans un raisonnement par récurrence. Les expressions comme « il est clair » ou « il est trivial » doivent être employées avec parcimonie et uniquement lorsque l'évidence invoquée est réelle et immédiatement accessible. Toute utilisation d'un théorème suppose enfin que ses hypothèses aient été préalablement identifiées et vérifiées, ce qui était notamment attendu à la question 8 du premier problème.

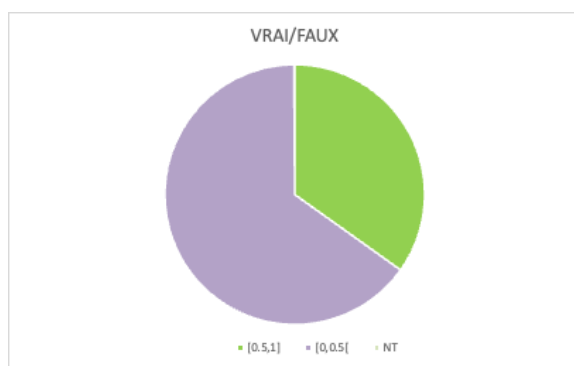
Enfin, lorsqu'un calcul est demandé, les candidats ne doivent pas se limiter à en fournir le résultat. Les principales étapes intermédiaires doivent apparaître afin de rendre la démarche compréhensible, vérifiable et pleinement évaluable.

Dans un objectif de comparaison des résultats des candidats entre les deux problèmes et sur l'ensemble des questions analysées dans la suite de ce rapport, les notes sont ramenées sur une échelle de 0 à 1. On appelle « taux de réussite » le pourcentage de candidats ayant obtenu une note au moins égale à 0,5 sur cette échelle.

PROBLEME 1 (vrai-faux)

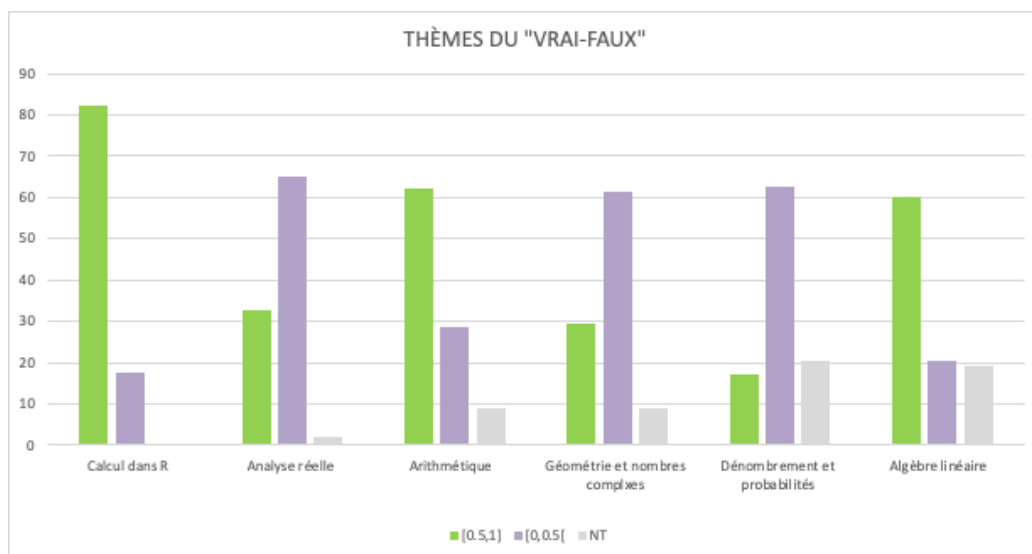
Dans ce problème, chaque affirmation doit être accompagnée d'une argumentation. À défaut de justification, aucun point n'est attribué à la question concernée.

Près de 35 % des candidats obtiennent au moins la moyenne à ce problème.



Dans leur argumentation, les candidats sont invités à mobiliser les contre-exemples à bon escient, ce qui est, dans l'ensemble, bien maîtrisé. Le jury rappelle toutefois qu'un exemple, même judicieusement choisi, ne saurait se substituer à une démonstration. Il convient également de veiller à la rigueur des raisonnements : distinguer la contraposée de la réciproque d'une implication et utiliser correctement le symbole d'implication font partie des attendus.

La maîtrise des notions fondamentales relatives aux nombres et aux fonctions est également un point de vigilance. Une connaissance précise des définitions, notamment celle d'un nombre décimal, ainsi que la distinction entre un paramètre et une variable, sont indispensables et doivent faire l'objet d'une attention particulière dans la préparation du concours.



Les parties « Calcul dans $\mathbb{R}$ » et « Analyse » ont été abordées par la quasi-totalité des candidats.

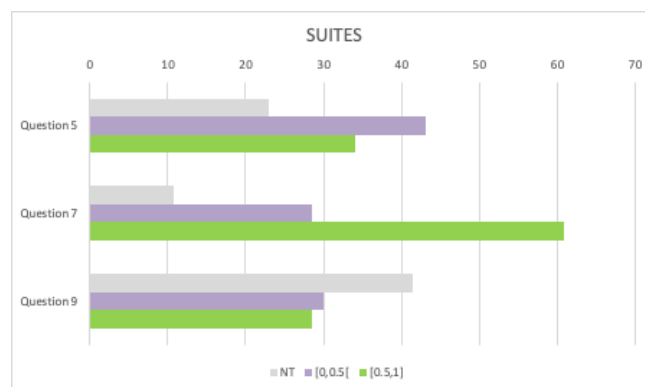
Avec un taux de réussite de 80 %, la partie « Calcul dans $\mathbb{R}$ » est la mieux réussie du problème. Quelques erreurs récurrentes invitent toutefois les futurs candidats à consolider certaines connaissances élémentaires (opération avec les fractions, nature des nombres).

La partie « Analyse », également traitée par la quasi-totalité des candidats, s'est révélée plus discriminante : 33 % des candidats y obtiennent au moins la moyenne. Les principales difficultés portent sur des notions fondamentales telles que la valeur absolue ou la définition du nombre dérivé. Le jury encourage les futurs candidats à accorder une attention particulière à la maîtrise de ces concepts, qui constituent des prérequis essentiels.

La partie « Arithmétique » n'a pas été abordée par l'ensemble des candidats : 9 % d'entre eux ont choisi de ne pas la traiter. Les résultats obtenus demeurent néanmoins satisfaisants, avec un taux de réussite de 62 %. Les difficultés observées concernent principalement la rédaction de raisonnements logiques, notamment l'écriture de la négation d'une contraposée.

Afin de mieux identifier les réussites et les difficultés rencontrées, les analyses présentées dans la suite de ce rapport sont organisées par thèmes mathématiques ou par types de raisonnements mobilisés. Le lecteur pourra, le cas échéant, se reporter au sujet placé en annexe.

Les suites

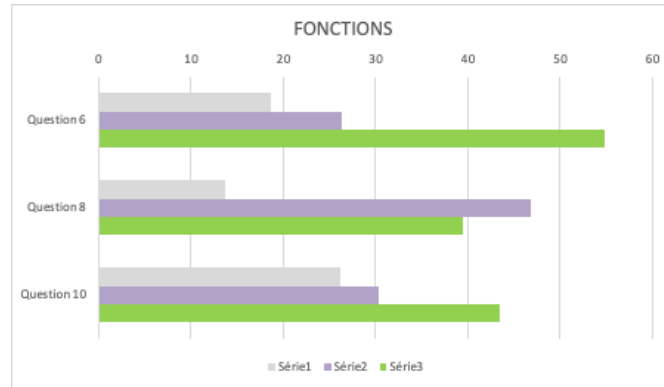


La question 5 invitait les candidats à démontrer qu'une suite réelle convergente est bornée. Il s'agit d'un résultat classique, dont la connaissance est globalement satisfaisante. En revanche, sa démonstration, fondée sur la définition de la limite, s'est parfois révélée délicate à mettre en œuvre.

À l'inverse, la question 7, qui portait sur l'étude d'une suite particulière, a été mieux réussie et a permis à de nombreux candidats de mobiliser efficacement leurs connaissances.

Enfin, la question 9 a mis en évidence quelques confusions entre la convergence d'une suite et la convergence d'une intégrale impropre, ce qui a conduit certains candidats à mal interpréter la nature de la question posée.

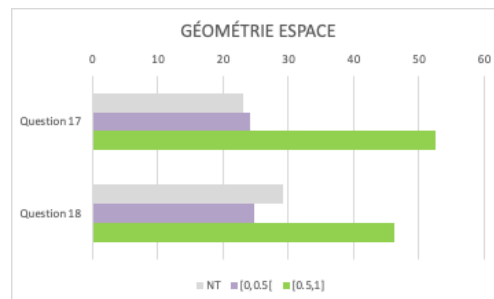
Les fonctions



La question 6, plutôt réussie, met en jeu la connaissance de la fonction exponentielle. Le jury note que, même si la question est plutôt bien traitée en calculant la dérivée de la fonction proposée, la vérification du fait que la dérivée proposée n'est pas la correcte et pourrait être une expression possible, est omise dans 25% des réponses données.

Les propriétés de la fonction « valeur absolue » (question 8) et la définition même du nombre dérivé est plutôt comprise (la question 8 et 10). Le jury rappelle qu'il s'agit de connaître et de savoir revenir aux définitions de base des objets mathématiques manipulés lorsque cela est nécessaire.

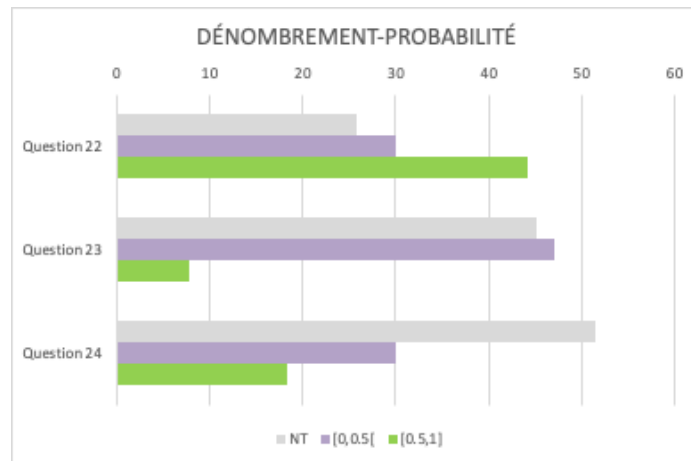
La géométrie dans l'espace



Le jury a constaté que certains candidats, bien que moins à l'aise en analyse, ont su mobiliser avec efficacité leurs connaissances en géométrie dans l'espace, comme en témoigne le taux de réussite à la question 17. Il rappelle toutefois que la maîtrise des propriétés du cours demeure indispensable en particulier des critères de colinéarité et d'orthogonalité de deux vecteurs.

Les questions 20 et 21, consacrées aux nombres complexes, ont donné lieu à des réussites plus contrastées, avec respectivement 15 % et 45 % de réponses correctes. Les liens entre les transformations du plan et leur traduction en termes de nombres complexes doivent être maîtrisés.

Le dénombrement et les probabilités

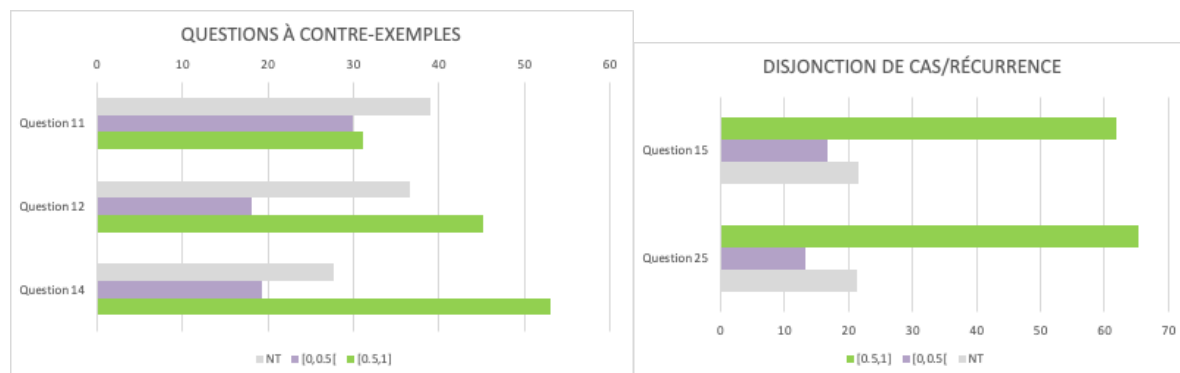


Cette partie sur le dénombrement et les probabilités, moins souvent abordée par les candidats, a néanmoins donné lieu à 43 % de réponses correctes à la question 22. Le jury a apprécié les démarches de dénombrement rigoureuses mises en œuvre dans cette situation relativement simple. En revanche, lorsque le contexte de l'énoncé se complexifie, comme à la question 23, les réussites deviennent nettement moins nombreuses. Le jury recommande de s'entraîner à conduire un raisonnement de dénombrement dans des situations plus élaborées, en veillant à structurer la démarche et à justifier les différentes étapes du raisonnement.

Les types de raisonnements

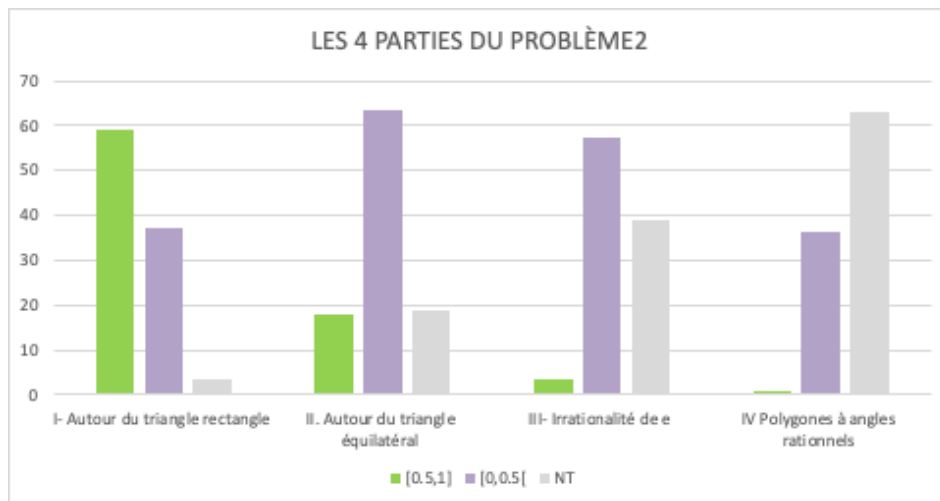
Afin d'analyser les réponses sous l'angle du raisonnement, le jury a ciblé les questions pour lesquelles la recherche de contre-exemples, d'une part, et le recours à une disjonction de cas ou à un raisonnement par récurrence, d'autre part, sont généralement attendus.

L'analyse des réponses aux questions 11, 13 et 14 montre que la recherche d'un contre-exemple est, dans l'ensemble, correctement maîtrisée. De même, lorsque les candidats s'engagent dans leur traitement, la disjonction de cas attendue à la question 15 et le raisonnement par récurrence de la question 25 sont globalement bien conduits.



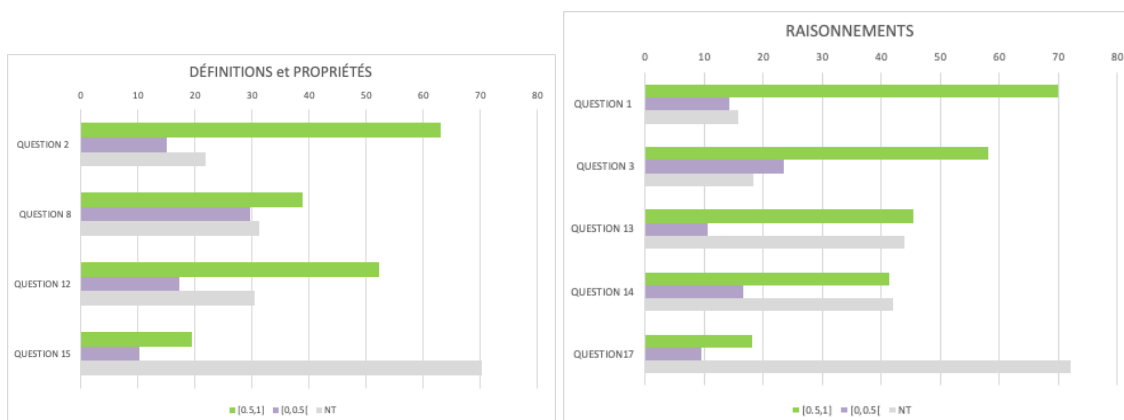
PROBLEME 2

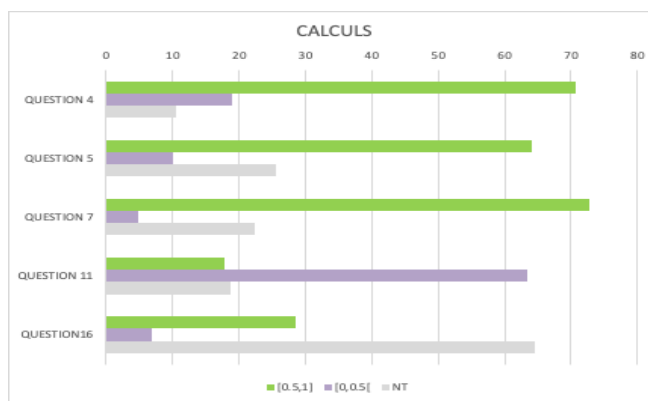
Les taux de réussite pour les quatre parties de ce problème sont les suivants :



Le jury constate que l'articulation générale du problème a souvent échappé aux candidats. En particulier, les questions de synthèse ou de conclusion des différentes parties ont été peu traitées. Une lecture préalable de l'ensemble du sujet permet pourtant d'en appréhender la structure, d'identifier les enchaînements logiques entre les questions et de repérer les déductions susceptibles de faciliter leur résolution.

Par ailleurs, plusieurs questions tout à fait accessibles figuraient dans les parties II et IV. Ainsi, la question 26, portant sur l'étude d'une fonction polynomiale, a été réussie par une large majorité des candidats qui l'ont abordée (80 % ont obtenu au moins la moyenne), alors même que près de 70 % des candidats ne l'ont pas traitée. De même, les questions mobilisant des connaissances de trigonométrie ont donné lieu à de bonnes réussites lorsqu'elles ont été abordées. Le jury invite ainsi les candidats à ne pas renoncer trop rapidement à certaines parties du sujet, qui peuvent comporter des questions indépendantes et accessibles. Les réponses apportées aux parties I, II et III sont analysées selon trois axes complémentaires : la maîtrise des définitions et des propriétés, la conduite de raisonnements élémentaires et la qualité des calculs.





Cette épreuve évalue non seulement la maîtrise des techniques de calcul, mais également les capacités d'analyse et de synthèse. Il est attendu des candidats qu'ils soient en mesure d'établir des liens entre les différentes notions mobilisées, notamment entre le calcul et la géométrie dans les deux premières parties du sujet.

La maîtrise des définitions et des propriétés des figures planes constitue un attendu du concours. Les réponses montrent que la définition du trapèze est connue par environ 70 % des candidats, tandis que celle du triangle rectangle n'est correctement formulée que par près de 40 % d'entre eux (questions 2 et 8). Par ailleurs, un candidat sur deux parvient à retrouver l'expression de l'aire d'un triangle équilatéral à partir de la formule générale de l'aire d'un triangle (question 12). Ces résultats soulignent l'importance d'une connaissance précise des définitions et des propriétés fondamentales de la géométrie plane.

Les raisonnements géométriques élémentaires sont globalement bien maîtrisés. La question 1 est ainsi réussie par près de 70 % des candidats. Le taux de réussite demeure satisfaisant (60 %) lorsqu'il est demandé de mobiliser deux démarches distinctes pour déterminer une même aire, ce qui témoigne de la capacité d'une partie des candidats à varier les approches de résolution.

Les questions de calcul algébrique présentent un niveau de réussite comparable à celui observé en géométrie. Le jury attire toutefois l'attention sur la qualité des représentations graphiques. À la question 6, les figures réalisées sont souvent trop petites et ne comportent pas les codages nécessaires.

La partie III, consacrée à des notions d'analyse, a donné lieu à plusieurs prestations de qualité. En particulier, la question 21, et notamment la question 21 a), a souvent fait l'objet de réponses correctement rédigées. Le jury rappelle néanmoins l'importance d'une lecture attentive de l'énoncé afin d'identifier le cadre dans lequel les raisonnements doivent être conduits. Dans ce problème, les propriétés de la fonction exponentielle n'étaient pas supposées acquises et ne pouvaient donc être utilisées sans démonstration.

La question 22, portant sur une intégration par parties, montre qu'au-delà de la connaissance de la formule, il est indispensable d'en vérifier les hypothèses d'application. L'utilisation d'un théorème sans contrôle préalable de ses conditions de validité a été sanctionnée. Le jury relève par ailleurs que les questions relatives à l'intégration ont été peu abordées, puisqu'elles n'ont été traitées que par environ un quart des candidats.

L'algorithmique et les méthodes d'approximation figurent également au programme du concours. Les questions 23 f) et 23 g) ont été très rarement traitées (environ 5 % des candidats), et seuls 10 % des candidats sont parvenus à déterminer un entier k vérifiant $2^{-k} < 10^{-3}$.

Enfin, la partie IV a été très peu abordée. Pourtant, plusieurs questions, telles que la question 27 a) ainsi que les questions 30 et 31 a), reposaient sur des connaissances élémentaires d'arithmétique et pouvaient être traitées indépendamment du contexte général du problème. Une lecture complète du sujet permet souvent d'identifier ce type de questions accessibles et d'optimiser le traitement de l'épreuve.

4.2 Seconde épreuve écrite

L'épreuve disciplinaire appliquée permet d'apprécier l'aptitude du candidat à mobiliser ses connaissances et compétences mathématiques et didactiques dans une perspective professionnelle.

Le sujet est composé de deux documents :

- un document de quatre pages contenant les questions posées aux candidats
- un document de quinze pages contenant les annexes nécessaires au traitement des questions posées (extraits de textes officiels, extraits de manuels, énoncés d'exercices, productions d'élèves).

Les candidats sont amenés à :

- analyser des productions d'élèves : repérage d'erreurs de tout ordre (modélisation, raisonnement, calculs, représentations) ;
- proposer des aides sous forme de « coup de pouce » à partir d'une ébauche de résolution ;
- proposer des éléments d'une séquence d'enseignement consistant en l'analyse de types de tâches au regard d'objectifs d'apprentissages définis, analyse de propriétés mathématiques, analyse et propositions de dispositifs pédagogiques, structuration d'une partie de cours ;
- rédiger des corrections d'exercices, des démonstrations telles qu'elles pourraient être présentées à des élèves.

Le sujet de la session 2026 est composé de deux parties :

- Partie 1 : Angles

Cette première partie interroge les candidats sur l'enseignement de la notion d'angle à travers l'étude de plusieurs situations proposées aux niveaux du collège puis du lycée. Celles relatives au collège portent d'abord sur la propriété de la somme des angles dans un triangle, dont les questions amènent le candidat à identifier un intérêt didactique d'une activité d'introduction, à rédiger une démonstration telle qu'elle pourrait figurer dans un cahier d'élève, ou encore à proposer l'énoncé d'un exercice d'application pertinent. La deuxième situation repose sur un exercice d'élaboration d'un raisonnement à partir d'une figure codée ; les candidats sont ici invités à justifier la mobilisation de compétences particulières, à analyser une production et à identifier les prérequis nécessaires à la réalisation de l'exercice. La troisième et dernière partie qui compose cet ensemble au collège, amène les candidats à analyser un exercice de modélisation, et propose une série de questions flashes autour de prérequis préalablement identifiés.

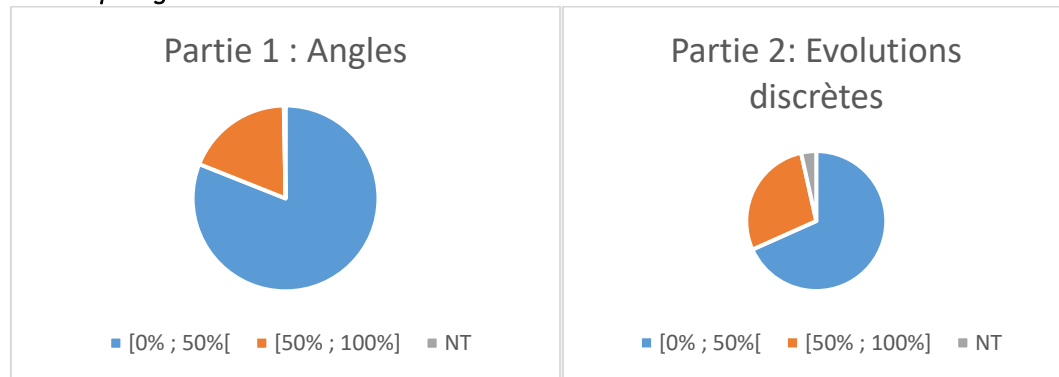
Les situations au lycée prolongent certaines notions vues au collège faisant intervenir les angles, telles que le radian comme nouvelle unité de mesure, le théorème d'Al-Kashi comme généralisant celui de Pythagore, les fonctions trigonométriques comme extension des formules trigonométriques dans un triangle rectangle. Comme pour celles aux collèges, certaines questions conduisent les candidats à analyser une production, proposer une correction et une démonstration, ainsi qu'à établir des liens entre les connaissances de collège et celles de lycée, à analyser une série d'échanges entre un professeur et des élèves, et à identifier des éléments didactiques clés dans un exercice d'optimisation.

- Partie 2 : Évolutions discrètes

Cette partie porte sur le thème des évolutions discrètes. Elle se décline en trois situations d'enseignement, la première au niveau collège et les deux suivantes au lycée. Ces différentes situations visent, entre autre, à faire réfléchir le candidat sur le développement des pensées algébrique et algorithmique dans l'enseignement secondaire, en appui sur différents objets relevant du champs des évolutions discrètes. Dans la première situation, il s'agit d'évaluer les capacités du candidat à s'appropriier un objet, les patterns, utilisé ici comme introduction au concept d'évolution discrète. Le candidat est notamment amené dans ce contexte à identifier les variables dans les exemples et tâches supports pour anticiper des réponses d'élèves et prévoir des aides adaptées, à définir des critères d'évaluation d'une compétence et à repérer les

éléments clés composant un bilan. Celles au lycée reposent sur l'étude de deux suites, l'occasion d'interroger le candidat sur ses capacités à analyser des éléments de programme du lycée, à repérer des réussites et des erreurs dans des réponses d'élèves, à identifier les intérêts d'une démarche pédagogique proposée, à rédiger des corrections telles qu'elles pourraient figurer dans un cahier d'élève et à démontrer des résultats clés au programme de terminale.

Statistiques globales



Note de lecture :

- en bleu : proportion des candidats ayant obtenus moins de 50% des points attribués à cette partie.
- en orange : proportion des candidats ayant obtenus plus de 50% des points attribués à cette partie.

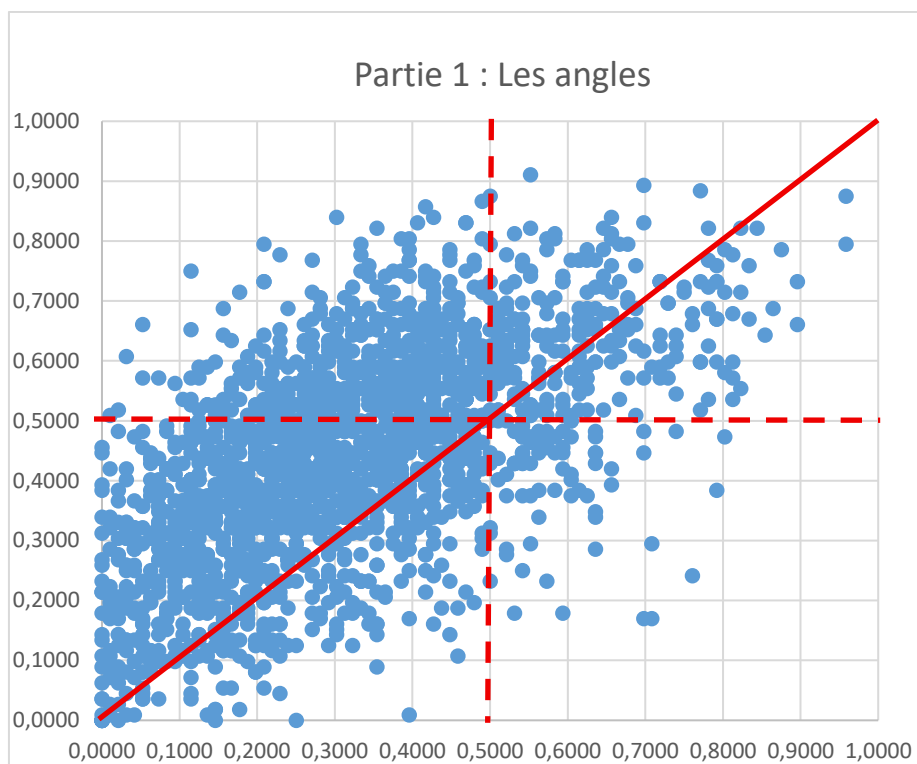
Les deux parties ont été abordées par la quasi-totalité des candidats. Dans la partie 1, 18,7% des candidats parviennent à obtenir plus de 50% des points attribués alors que dans la partie 2, 28,2% des candidats parviennent à obtenir plus de 50% des points attribués. Même si le taux de réussite diffère un peu d'une partie à l'autre, les candidats se sont pleinement engagés dans les deux parties et ont disposé d'un temps suffisant pour traiter un nombre significatif de questions dans chaque partie.

Le sujet est composé de deux catégories de questions :

- questions à dominante didactique ou pédagogique qui interrogent les candidats sur l'identification d'un objectif, l'analyse de réussites et erreurs de productions d'élèves, les différentes modalités de travail en classe,
- questions à dominante mathématique qui interrogent les candidats sur la correction rigoureuse d'un exercice ou la démonstration d'une propriété.

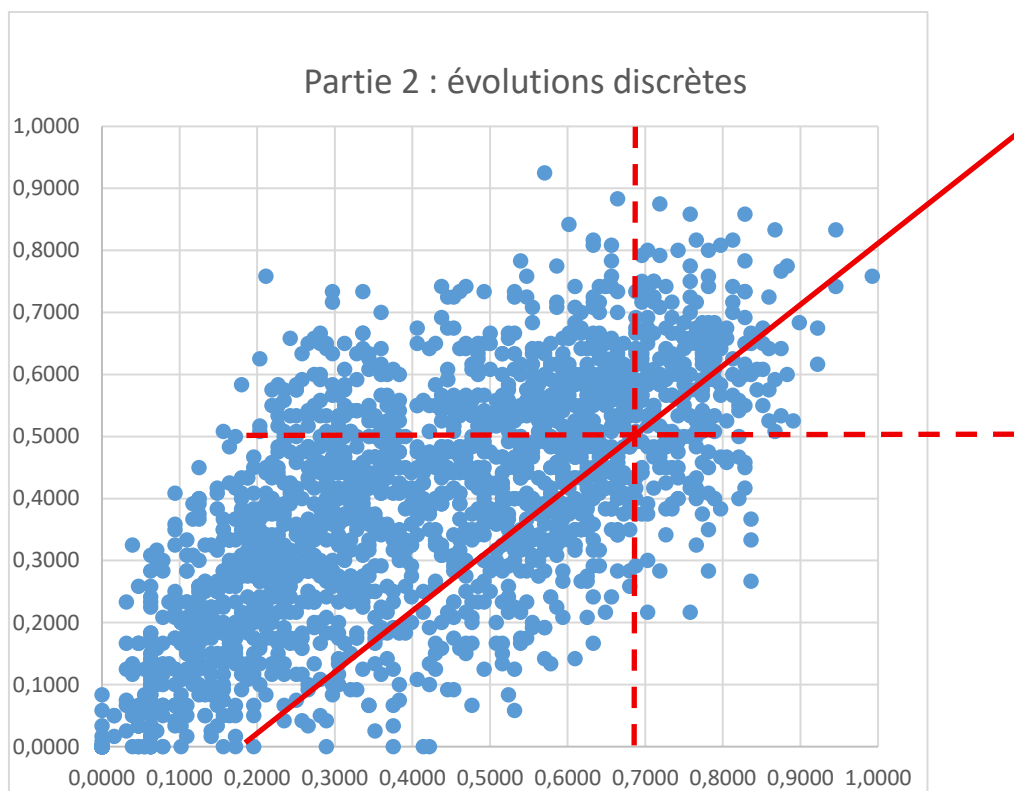
Les deux nuages de points ci-dessous représentent les taux de réussites pour chaque catégorie de questions par candidat sur les parties 1 puis 2.

Le taux de réussite est calculé pour chaque catégorie de question par candidat. Le taux de réussite des questions à dominante mathématique est représenté en abscisse et celui des questions à dominante didactique ou pédagogique en ordonnée. Ainsi, un candidat identifié par les coordonnées (0,45 ; 0,60) signifie qu'il a obtenu 45% des points attribués aux questions à dominante mathématique et 60% des points attribués aux questions à dominante didactique ou pédagogique.



Cette représentation montre un nuage de points assez réparti, ce qui laisse observer une diversité des profils des réponses des candidats sur cette première partie de l'épreuve. La majorité des candidats réussit davantage les questions à dominante didactique ou pédagogique en comparaison des questions à dominante mathématique (points situés au-dessus de la diagonale). Une grande majorité n'atteint pas les 50% des points attribués aux questions à dominantes mathématiques (points situés dans la moitié gauche) et une part significative des candidats se trouvent en difficulté dans les deux catégories de questions (points situés dans le quart inférieur gauche). On peut en conclure que bon nombre de candidats se retrouvent en difficulté sur les questions mathématiques liées aux angles, et peinent à fournir des réponses complètes et satisfaisantes. Si les questions à dominante didactique ou pédagogique sont globalement mieux réussies, on note une grande hétérogénéité dans les différents profils de candidats.

Le nuage de points ci-dessous représente les taux de réussite pour chaque type de questions par candidat sur la partie 2.



Comme précédemment, on observe ici un nuage de points assez réparti et plus équilibré autour de la diagonale ce qui met en évidence une meilleure réussite des questions à dominante mathématiques sur cette partie de l'épreuve. Le nombre de candidats en réussite dans les deux domaines sont également plus nombreux (points situés dans le quart supérieur droit). On observe peu de candidats en réussite dans les questions à dominante didactique ou pédagogique tout en étant en difficulté dans les questions à dominante mathématiques ce qui montre l'importance de maîtriser les notions mathématiques sous-jacentes pour aborder sereinement les questions de didactique.

Le jury rappelle que la maîtrise conjointe des enjeux didactiques et des savoirs mathématiques constitue un élément essentiel de la formation des futurs enseignants. Cet équilibre leur permet d'aborder avec assurance l'enseignement des mathématiques à tous les niveaux de la scolarité. À l'inverse, des lacunes dans l'un ou l'autre de ces domaines sont susceptibles de fragiliser leur compréhension des situations d'enseignement et de rendre plus difficile l'appropriation des pratiques professionnelles attendues.

Observations et recommandations générales

Le jury souhaite saluer l'investissement de nombreux candidats qui se sont attachés à traiter avec sérieux et profondeur chacune des deux parties du sujet, témoignant d'une volonté manifeste de répondre au mieux aux exigences du concours.

Cela étant, un certain nombre de difficultés récurrentes ont été relevées. Le jury déplore notamment des défauts élémentaires de rigueur mathématique dans les réponses apportées et constate que les consignes ne sont pas toujours lues avec l'attention nécessaire, ce qui peut entraîner des contresens ou des réponses superficielles.

Par ailleurs, de nombreux candidats tendent à produire des réponses longues, notamment pour les questions qui les amènent à s'appuyer sur les référentiels figurant en annexe, dans lesquelles l'essentiel se dilue. Le jury rappelle que la qualité d'une copie ne se mesure pas à sa longueur, mais bien à la précision, à la rigueur et à la pertinence des propos. À l'inverse, certaines questions nécessitant un traitement rigoureux

sont abordées de manière superficielle ou incomplète. Ce déséquilibre traduit une difficulté à ajuster le niveau de réponse aux attentes spécifiques de chaque question.

Le jury souhaite également préciser qu'il ne s'agit pas de répondre comme un élève, mais comme un futur enseignant. Il a ainsi observé que certains candidats confondaient l'analyse d'une production d'élève avec le traitement personnel d'un exercice.

Observations et recommandations détaillées

Qualité de la rédaction

Le jury a apprécié les efforts d'une grande partie des candidats pour traiter les questions dans l'ordre, en apportant un soin particulier à leur numérotation, ce qui facilite la lecture de leur production.

Il souligne également le caractère approfondi des réflexions développées dans le traitement des questions à dominante didactique.

Comme les années précédentes, il a apprécié les copies soignées, aérées et rédigées de manière concise, dans un vocabulaire adapté. En revanche, il relève des fautes de syntaxe et d'orthographe, notamment dans l'emploi du vocabulaire mathématique. Le jury réitère sa recommandation aux futurs candidats de faire preuve de clarté et de rédiger des phrases complètes et précises. Il leur rappelle que ces qualités sont prises en compte dans l'appréciation de la copie, car elles sont attendues d'un professeur.

Maîtrise des contenus mathématiques

Le jury note une évolution positive s'agissant de la maîtrise technique du calcul algébrique par les candidats, avec un nombre limité d'erreurs dans ce domaine. Il souligne la bonne appropriation de certains contenus, comme les *patterns*, ainsi que la qualité des réponses aux questions portant sur l'algorithmique en langage Python.

Le jury relève par ailleurs qu'un nombre significatif de copies présente un contenu mathématique parfois peu rigoureux, notamment dans les démonstrations, qui se limitent à une idée générale ou comportent des erreurs de notation, des confusions entre implication et équivalence ainsi qu'entre propriété et définition.

Capacité à analyser des productions d'élèves (erreurs, traces de recherche)

Le jury constate que les candidats parviennent relativement bien à identifier les erreurs et les réussites présentes dans les productions d'élèves. Il a également apprécié, dans quelques copies, leur présentation claire sous forme de tableaux. Il relève en revanche que l'analyse de ces éléments demeure souvent superficielle et inaboutie. Le jury réitère sa recommandation aux futurs candidats, pour ce type de question, de développer une analyse qui dépasse le simple constat des erreurs ou des réussites observées.

Intérêt de la réflexion didactique

Le jury a apprécié les réponses aux questions à dominante didactique qui s'appuyaient de manière pertinente sur les annexes afin d'en exploiter les éléments pour construire des réponses claires, argumentées et approfondies.

A contrario, et comme indiqué dans le paragraphe « Observations et recommandations générales », il relève des réponses souvent longues, confuses, voire non conformes à la question posée. Il constate également une difficulté, chez certains candidats, à adopter une posture experte, ceux-ci se plaçant davantage dans une position d'élève cherchant à résoudre l'exercice que dans celle d'un enseignant chargé d'en conduire une analyse didactique.

Pertinence de l'analyse des ressources

Dans ce registre, et comme mentionné précédemment, le jury a apprécié les copies qui établissent des liens explicites entre les ressources proposées en annexe et le contenu des questions qui invitent à les exploiter afin d'étayer leur analyse. Il note cependant une tendance à paraphraser les documents figurant en annexe plutôt qu'à s'y référer explicitement.

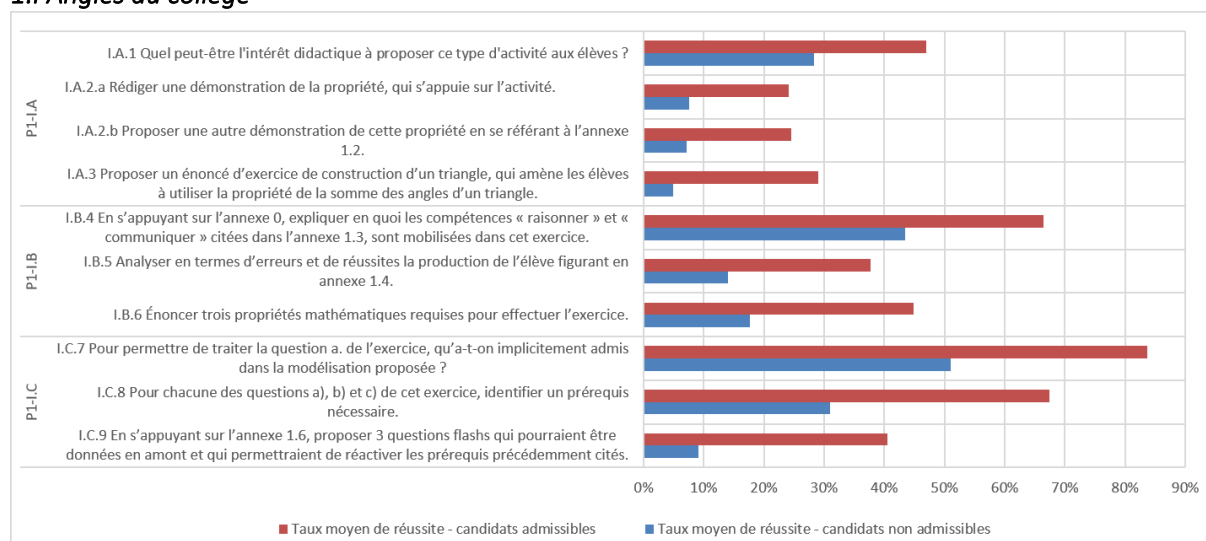
Analyse des réponses aux questions du sujet

Partie 1 : Angles

Cette partie du sujet a été abordée par la quasi-totalité des candidats.

Note de lecture : les graphiques présentés dans cette section indiquent, pour chaque question, le taux moyen de réussite de l'ensemble des candidats admissibles et de l'ensemble des candidats non admissibles.

1.1 Angles au collège



I.A. Somme des angles d'un triangle par pliage

Cet ensemble de questions figure parmi ceux enregistrant un taux de réussite parmi les plus faibles dans cette partie, avec un écart conséquent entre les candidats admissibles et les autres.

Commentaires détaillés :

- Question I.A.1 : cette question a été globalement bien traitée, le jury ayant notamment apprécié des réponses prenant appui sur des références institutionnelles telles que le plan Villani-Torossian pour étayer leur propos. Cependant, il regrette que le triptyque « Manipuler, Verbaliser, Abstraire », pourtant central dans les démarches d'apprentissage, n'ait que très rarement été identifié ou mobilisé. Il note également la tendance évoquée plus haut à formuler des réponses longues, avec des justifications redondantes avant d'aborder l'idée essentielle de manipulation, qui révèlent une difficulté à hiérarchiser les informations et à répondre de manière concise et ciblée à la question posée.
- Question I.A.2 : le jury relève que plusieurs candidats ont su proposer une démonstration alternative correcte de la propriété relative à la somme des angles d'un triangle, ce qui témoigne d'une certaine maîtrise des résultats géométriques fondamentaux. Néanmoins, il observe que les démonstrations demeurent très souvent incomplètes ou insuffisamment rigoureuses. Des étapes essentielles ont fréquemment été omises : par exemple, les candidats ont rarement démontré que la droite (IJ) est parallèle à la droite (BC), et très peu ont établi explicitement que I et J sont les milieux respectifs des segments [AC] et [AB]. De même, la symétrie des triangles AIJ et AIH par rapport à la droite (IJ) a souvent été affirmée sans justification ou mal argumentée. Plus globalement, les raisonnements se sont parfois révélés approximatifs, laissant au correcteur la charge de reconstituer les enchaînements logiques sous-jacents. Le jury rappelle l'importance

d'une rédaction rigoureuse, distinguant clairement les hypothèses, les propriétés mobilisées et les conclusions obtenues.

- Question I.A.3 : Cette question fait partie de celles ayant enregistré les écarts les plus importants entre les candidats admissibles et les autres, mettant souvent en évidence une difficulté à cerner précisément les attentes de l'énoncé. En effet, de nombreux candidats ont cherché à élaborer des exercices complexes alors qu'un exercice simple, clair et accessible suffisait pour répondre. Très peu ont compris qu'il était attendu un exercice de construction conduisant l'élève à mobiliser la propriété de la somme des angles d'un triangle, sans que celle-ci ne soit explicitement mentionnée.

I.B. Figure codée

Cet ensemble de trois questions compte parmi les mieux réussis par les candidats.

Commentaires détaillés :

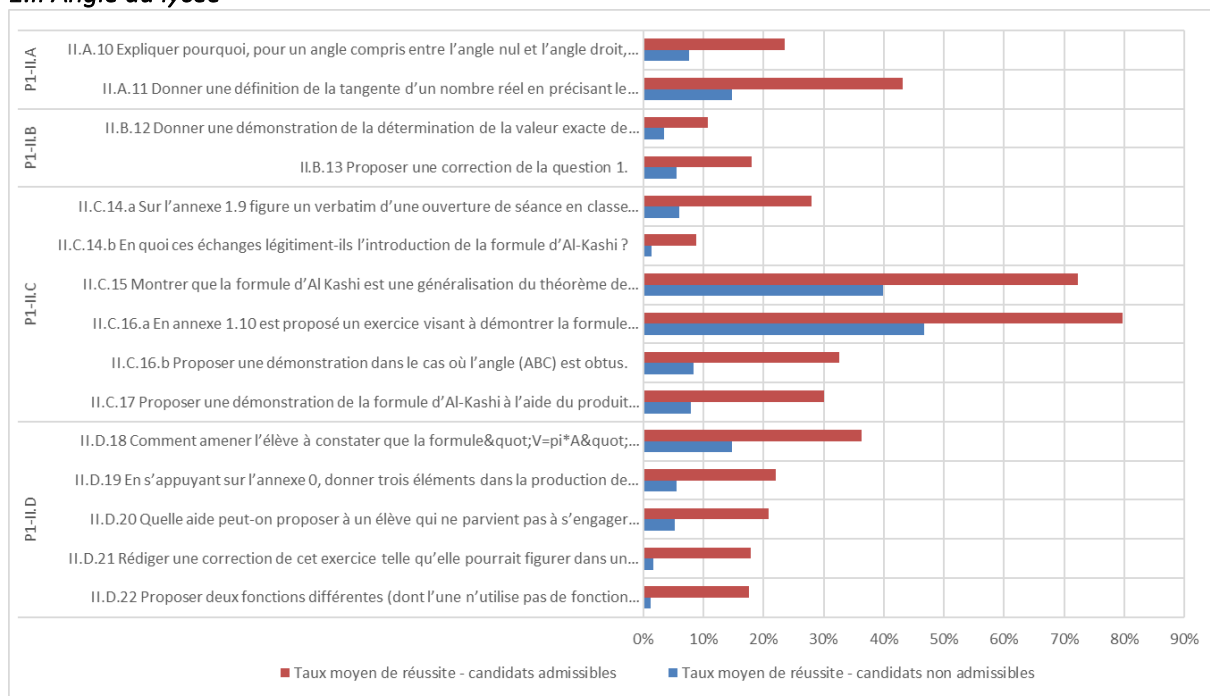
- Question I.B.4 : cette question a été globalement bien réussie. Le jury note toutefois des difficultés récurrentes dans l'identification des compétences effectivement mobilisées par les élèves. Le jury invite les futurs candidats à s'appuyer sur des éléments précis et observables pour répondre aux questions portant sur le repérage des compétences mobilisées.
- Question I.B.5 : cette question a été globalement bien traitée. Toutefois, le jury observe des réponses souvent superficielles, les réussites et les erreurs étant fréquemment évoquées au moyen de formulations générales qui ne permettent pas de mettre en évidence les connaissances ou les compétences réellement maîtrisées, ou non, par l'élève. Par ailleurs, de nombreux candidats consacrent une part importante de leur réponse à décrire la démarche suivie, sans en proposer une véritable analyse didactique. Le jury encourage les futurs candidats à conduire des analyses concises, fondées sur des éléments significatifs de la production, explicitant davantage ce que révèlent les réussites et les erreurs observées.
- Question I.B.6 : les propriétés géométriques pré requises ont généralement été bien identifiées et correctement énoncées par une grande partie des candidats. Toutefois, quelques copies révèlent des confusions entre les différents types d'énoncés (définition et propriété), ainsi que des difficultés à identifier ou à formuler correctement une condition nécessaire et suffisante permettant d'établir qu'un quadrilatère est un carré. Le jury recommande aux futurs candidats de bien maîtriser ces éléments de logique élémentaire afin de construire des démonstrations et des justifications plus rigoureuses.

I.C. Circonférence terrestre par la méthode d'Ératosthène

Si, globalement, cet ensemble de questions a été bien réussi, deux d'entre elles (I.C.7 et I.C.9) figurent parmi celles qui présentent les écarts les plus importants entre les candidats admissibles et les candidats non admissibles.

Les candidats ont généralement identifié de manière pertinente les prérequis nécessaires, en particulier ceux relevant de la trigonométrie. Les principales difficultés ont porté sur la compréhension de ce qu'est une question flash. De nombreux candidats proposent des questions de restitution de cours ou de petits exercices comportant plusieurs tâches, alors qu'il est attendu une application simple, rapide et ciblée d'une connaissance ou d'une compétence. Des imprécisions mathématiques ont également été relevées, notamment des confusions entre angles alternes-internes et angles correspondants, ainsi que des formulations incomplètes ou imprécises des énoncés, écueils déjà mentionnés précédemment.

1. II Angle au lycée



II.A Fonctions trigonométriques

Cette partie présente des écarts de réussite importants entre les candidats admissibles et les autres. Parmi ce qui les explique, le jury observe des difficultés importantes liées à la maîtrise des notions mathématiques en jeu dans les questions. Notamment assez peu de candidats ont réellement saisi les attendus de la question portant sur le lien entre les deux définitions du cosinus et rares sont ceux qui ont su établir rigoureusement l'implication de l'une vers l'autre. Les confusions entre le cosinus d'un angle et le cosinus d'un réel ont été fréquemment relevées, ou encore celle entre la tangente d'un réel et la tangente à une courbe. Les ensembles de définition sont souvent incorrects ou absents, et la rédaction manque parfois de rigueur, certaines hypothèses essentielles n'étant pas explicitées.

Le jury invite les futurs candidats à porter une attention particulière à la précision des hypothèses et des raisonnements mobilisés dans les démonstrations.

II.B Calcul d'une valeur remarquable

Cette partie présente l'un des taux de réussite moyen les plus faibles du sujet, témoignant des difficultés qu'ont rencontré les candidats pour la réaliser.

Les principales difficultés ont porté ici sur les raisonnements mis en œuvre. Dans la question II.B.12, très peu traitée, les démonstrations proposées reposent souvent sur des arguments insuffisants, tels que des constats visuels, voire sur des raisonnements circulaires par l'utilisation de la valeur de $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$ qui constitue le résultat visé non encore établi. Dans la question II.B.13, si les candidats ayant traité la question sont parvenus à traiter le cas dans le premier quadrant, leur raisonnement s'est souvent limité à celui-ci, omettant l'étude dans les autres quadrants, pourtant attendue, ou en les évoquant sans justification.

Le jury réitère sa recommandation aux futurs candidats à faire preuve de rigueur et complétude dans ses raisonnements, une qualité essentielle du professeur de mathématiques, y compris lorsqu'il s'agit de questions pouvant être considérées comme élémentaires.

II.C Formule d'Al-Kashi

A l'exception des deux dernières questions, cette partie a été abordée par une grande partie des candidats.

Les questions II.C.15, II.C.16 et II.C.17 ont été globalement bien traitées : une grande partie des candidats a correctement identifié en quoi la formule d'Al Kashi généralise le théorème de Pythagore. Malgré des confusions dans les notations, les démonstrations proposées dans la question 17 ont fréquemment mis en évidence une utilisation correcte du produit scalaire. En revanche, la finalité de la question II.C.14.b a été peu comprise et trop peu de candidats ont su établir le lien entre l'unicité de construction d'un triangle et les données nécessaires et suffisantes pour cela.

II.D Optimisation

Cet ensemble de questions est celui le moins abordé de cette première partie.

Notamment, si les candidats ont généralement bien identifié l'intérêt du contrôle d'homogénéité dans la question II.D.18 pour aider un élève à repérer une erreur de formule, les meilleurs copies ont su proposer des étayages adaptés, mobilisant notamment des exemples numériques ou des contre-exemples, ou encore amenant à fixer certaines valeurs afin de faciliter la compréhension et la vérification des résultats. Plus largement, cette partie met en évidence une fois de plus un manque de rigueur dans les raisonnements liés à l'étude de fonctions. De nombreux candidats concluent trop rapidement à l'existence d'un maximum dès lors que la dérivée s'annule, sans justification suffisante. L'ensemble de définition et le domaine de dérivabilité de la fonction étudiée sont rarement précisés, et l'étude du signe de la dérivée est souvent incomplète, les candidats se limitant à la recherche de ses zéros sans mener une véritable étude de variations. Plusieurs démonstrations restent par ailleurs inabouties malgré une démarche initialement correcte.

Le jury recommande aux futurs candidats de développer davantage les stratégies d'étayage destinées aux élèves, notamment par l'usage d'exemples et de contre-exemples, et de veiller à la rigueur des raisonnements en analyse.

Partie 2 : évolutions discrètes

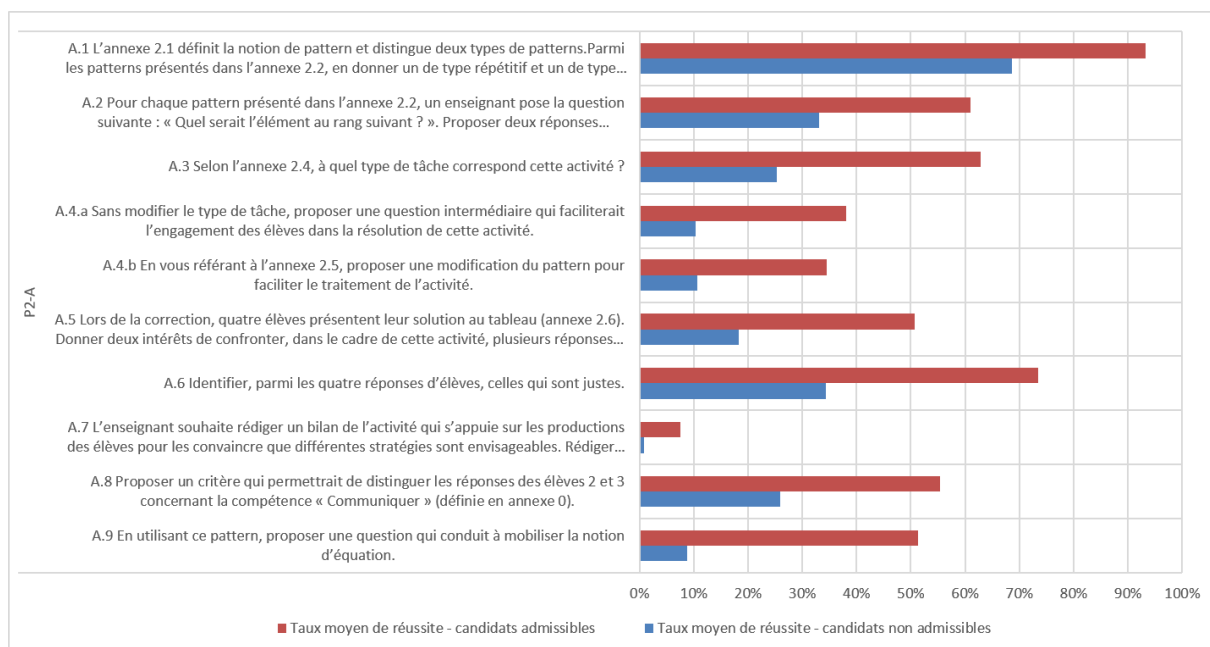
Note de lecture : les graphiques apparaissant dans cette section présentent le taux moyen de réussite par question de l'ensemble des candidats admissibles et de celui des candidats non-admissibles.

Partie A : les patterns.

Cette partie interroge les candidats sur le développement de la pensée algébrique des élèves à travers des situations d'évolutions discrètes utilisant des patterns. Les candidats sont amenés à appréhender un objet non usuel (le pattern) et à projeter son utilisation dans la classe à travers des activités de différentes natures. Cette section contient 10 questions.

Analyses statistiques du traitement de quelques questions par les candidats :

- Les questions A-1 et A-6 sont les mieux traitées par les candidats avec un taux de réussite respectif de 85,7% et 64,8%.
- Les questions A-7 et A-4b sont les moins bien traitées par les candidats avec un taux d'échec respectif de 93,9% et 74,4%.
- Les questions A-9, A-6 et A-8 sont les questions où l'écart entre le taux de réussite des candidats admissibles et celui des non admissibles est le plus important.



Le jury remarque que les candidats se sont bien engagés dans cette partie : seuls 6,6 % des candidats ne l'ont pas abordée. Si la question A-6 a été globalement réussie, elle contribue à marquer l'écart entre les candidats admissibles et les non admissibles. Le jury encourage donc tous les candidats à se préparer à anticiper et à analyser différentes réponses d'élèves.

La difficulté rencontrée par les candidats pour traiter la question A-7 fait écho à une remarque du paragraphe *observations et remarques générales* : « il a été observé que certains candidats confondaient l'analyse d'une production d'élève avec le traitement personnel d'un exercice ». Il était clairement attendu ici la rédaction d'un bilan, et non d'une simple correction d'exercice. Les méthodes et notions mathématiques utilisées par les élèves doivent clairement apparaître.

La question A-4a précise que l'aide apportée aux élèves ne devait pas dénaturer le type de tâche : il ne s'agit donc pas de donner des indications sur le modèle d'évolution présent (par exemple, le nombre d'allumettes ajoutées à chaque rang). Les propositions de modification du pattern demandées à la question A-4b doivent permettre de faciliter le passage à l'abstraction et la mise en place d'un modèle algébrique.

Enfin, les taux de réussite de la question A-9 (la dernière de cette partie) montrent une différence de traitement entre les candidats admissibles et les non admissibles. Le jury incite les candidats à s'investir jusqu'au bout dans le traitement des questions d'une partie.

Partie B : une suite linéaire récurrente.

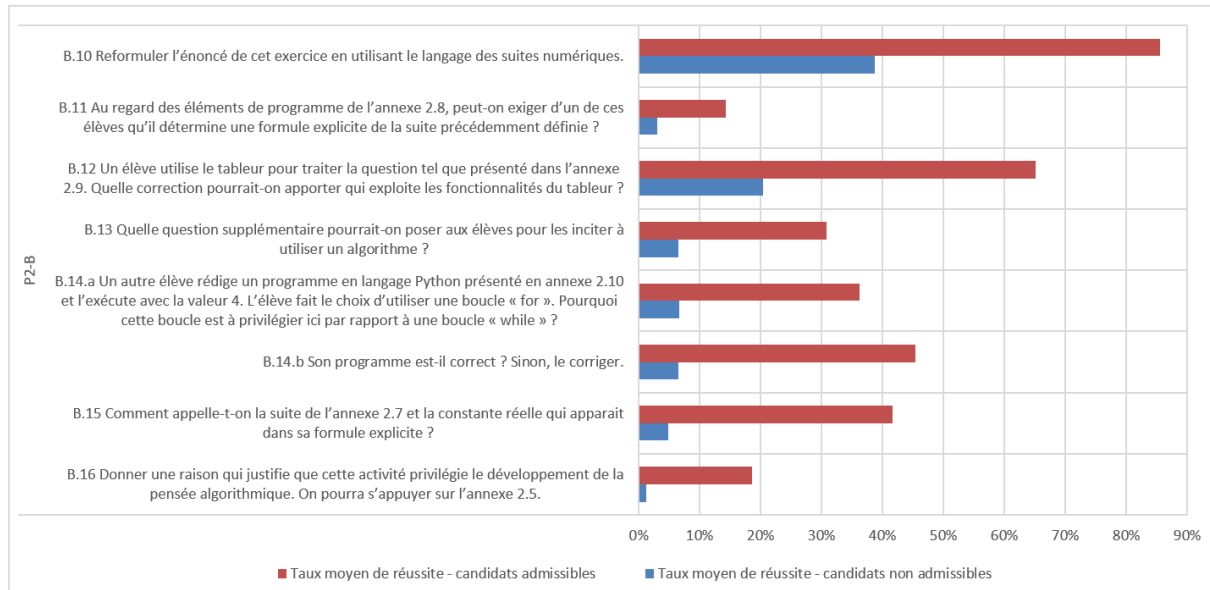
Cette partie interroge les candidats sur le développement de la pensée algorithmique des élèves à travers l'étude de la suite de Fibonacci (sans la nommer). Les candidats sont amenés à utiliser le langage des suites numériques et des outils algorithmiques (tableur, python) pour le traitement par les élèves de cette suite dont l'étude du terme général n'est pas accessible pour des élèves de lycée.

Cette section contient 8 questions.

Analyses statistiques du traitement de quelques questions par les candidats :

- Les questions B-10 et B-12 sont les mieux traitées par les candidats avec un taux de réussite respectif 77,1% et 57,1%.
- Les questions B-11 et B-16 sont les moins bien traitées par les candidats avec un taux d'échec respectif de 90,7% et 86,4%.
- Les questions B-10, B-12, B-14b et B15 sont les questions où l'écart entre le taux de réussite des

candidats admissibles et celui des non admissibles est le plus important.



Cette partie, non traitée par 10,5 % des candidats, contribue à créer des écarts entre les candidats admissibles et les non admissibles. Les taux de réussite aux questions B-10 et B-12 montrent qu'un nombre significatif de candidats maîtrise le langage des suites récurrentes ainsi que les fonctionnalités de base du tableur. Toutefois, le jury constate un manque de vigilance concernant le domaine de définition de la variable d'indice utilisée dans la définition par récurrence de la suite. Il a été courant de voir apparaître la réponse « pour tout $n > 0, u_n = u_{n-1} + u_{n-2}$ ».

La question B-14b contribue également à marquer des écarts entre les candidats : elle est correctement traitée par un peu plus de 25 % d'entre eux, tandis qu'une proportion comparable ne l'a pas abordée. De plus, la différence entre la boucle *while* et la boucle *for* est mal connue, les intérêts respectifs de chacune étant peu mis en avant par les candidats.

Le jury recommande de maîtriser les structures de base en algorithmique ainsi que les rudiments du langage de programmation Python, couramment utilisé dans les lycées. La question B-15, qui interrogeait la culture mathématique des candidats, contribue également à créer un écart significatif entre les candidats admissibles et les autres.

Pour la question B-11, trop peu de candidats justifient que la suite considérée n'est ni géométrique ni arithmétique.

Pour terminer, de nombreux candidats associent le terme « algorithme » à « utilisation d'un ordinateur », puisqu'ils justifient leur réponse à la question B-16 en arguant que les calculs seraient trop longs à effectuer à la main. Les candidats n'ont pas su exploiter l'annexe 2.5, dans laquelle la « pensée algorithmique » est citée.

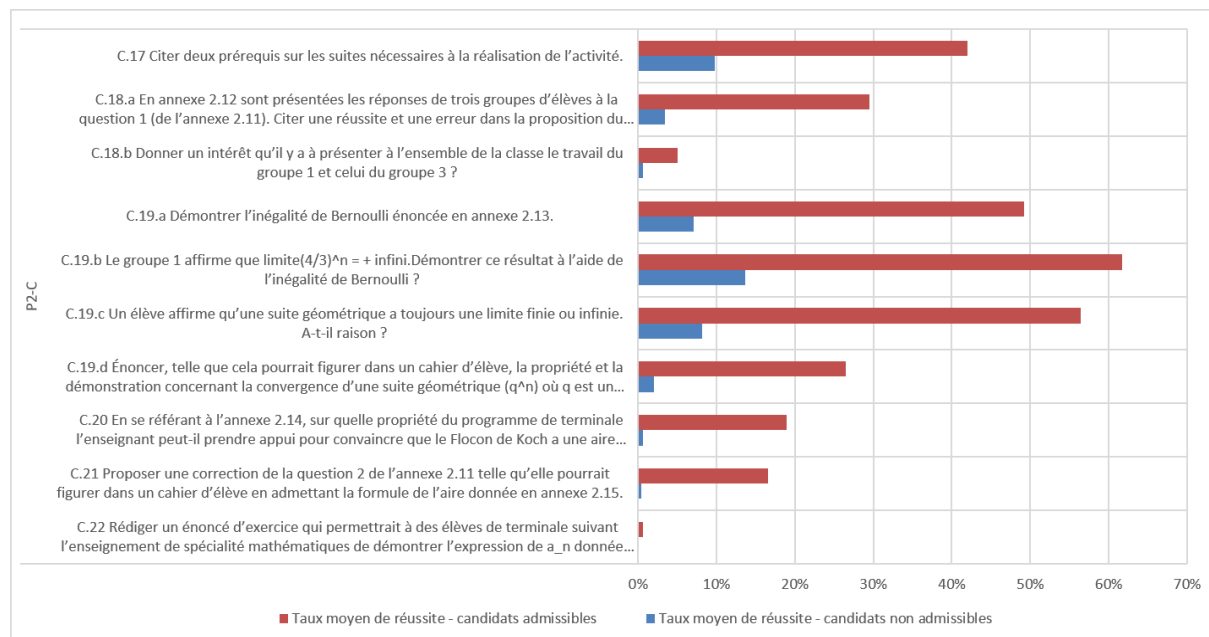
Partie C : une figure fractale.

Cette partie interroge les candidats sur une activité proposée à des élèves de terminale sur le calcul de périmètre et d'aire d'une figure fractale (le flocon de Koch). Les candidats sont amenés à analyser les productions de groupes d'élèves sur cette activité et à démontrer que cette figure a une mesure de périmètre infinie et une mesure d'aire finie.

Cette section contient 10 questions.

Analyses statistiques du traitement de quelques questions par les candidats :

- Les questions C-19b et C-19c sont les mieux traitées par les candidats avec un taux de réussite respectif de 52% et 45,8%.
- Les questions C-18b, C-19d et C-22 sont les moins bien traitées par les candidats avec un taux d'échec respectif de 95,6%, 86,2% et 99,2%.
- Les questions C-19a, C-19b et C-19c sont les questions où l'écart entre le taux de réussite des candidats admissibles et celui des non admissibles est le plus important.



Cette partie, non traitée par 21,6 % des candidats, est très peu réussie par les candidats non admissibles. Sans prendre en compte les trois dernières questions de cette partie, chaque question est traitée en moyenne par seulement 58 % des candidats. Cela explique en grande partie les faibles taux de réussite aux questions posées, qui constituent la dernière partie de cette épreuve disciplinaire appliquée.

Les questions C-19b et C-19c sont celles pour lesquelles la proportion de candidats ayant obtenu la note maximale est la plus élevée, avec des taux respectifs de 29,4 % et 43,5 %. De nombreux candidats ont su proposer un contre-exemple adapté à la question C-19c. Cependant, le jury relève plusieurs manques de rigueur dans le traitement de la question C-19b. Dans un certain nombre de copies, le théorème de comparaison est rarement cité et la positivité du réel $a = \frac{1}{3}$ rarement explicitée.

La question C-18b est très peu réussie, en raison, une fois encore, de la difficulté rencontrée par un nombre significatif de candidats à traiter la question avec le recul nécessaire, permettant de mettre en évidence les méthodes utilisées par les élèves ainsi que l'intérêt de les confronter. Si quelques candidats parviennent à formuler convenablement l'énoncé de la propriété demandée dans la question C-19b, très peu réussissent à en proposer une démonstration rigoureuse.

Le jury constate que les questions C-19a, C-19b et C-19c sont celles pour lesquelles les écarts de réussite entre candidats admissibles et non admissibles sont les plus marqués. Cela souligne, une fois de plus, l'importance de maîtriser rigoureusement les propriétés mathématiques au programme (ici, l'inégalité de Bernoulli) afin d'en faciliter le traitement didactique.

Pour terminer, la question C-22, dernière question de l'épreuve, est très peu abordée par les candidats.

5. Analyse et commentaires : épreuves orales

5.1 Épreuve de leçon

La plupart des recommandations formulées dans les rapports du jury des dernières sessions demeurent valables.

Au début du temps de préparation, le candidat tire au sort un couplage de deux sujets. Il choisit l'un d'entre eux et prépare son exposé. Il a à sa disposition un ordinateur lui permettant d'utiliser certains logiciels et d'accéder aux ressources officielles (programmes et documents ressources) ainsi qu'à la bibliothèque numérique du concours.

La liste des leçons précisée dans la partie 3.2 pour la session 2026, régulièrement actualisée, est consultable sur le site du jury. Les attendus sont rappelés au début de cette liste : *il est attendu du candidat un exposé faisant une synthèse sur le sujet choisi, sous la forme d'un plan d'étude hiérarchisé et détaillé, qui devra comprendre des exemples et des applications permettant d'illustrer ce sujet.*

L'ensemble de l'épreuve s'inscrit dans le cadre des programmes de mathématiques du collège et du lycée général et technologique.

Plan d'étude hiérarchisé et détaillé

Pendant les vingt premières minutes, le candidat expose un plan d'étude hiérarchisé et détaillé de la leçon. Il est attendu un exposé proposant une synthèse sur le sujet choisi, qui devra comprendre des exemples et des applications permettant d'illustrer ce sujet.

Les candidats sont invités à se préparer en s'appuyant sur des ressources institutionnelles ou sur des manuels.

Il s'agit de trouver un bon équilibre en ce qui concerne le niveau de détail du plan à proposer. Rappelons qu'il s'agit d'exposer un plan, et non d'un enchaînement de définitions ou d'une liste de théorèmes. Les notions à présenter doivent l'être avec pertinence. Recopier sans discernement le contenu d'un ouvrage conduit à des incohérences. Il s'agit de réfléchir à la structure du plan et d'en motiver l'organisation. Reprendre le plan d'un manuel et le lire de manière monotone trahit un manque de maîtrise de la discipline.

Il ne s'agit pas d'exposer une leçon complète ou même un extrait de leçon ; toutefois, la présentation ne doit pas se réduire à un sommaire ou à une succession de titres : elle doit contenir des énoncés de définitions, de théorèmes, ainsi que des énoncés d'exercices pour les illustrer. Les énoncés doivent être clairement identifiés : une propriété n'est pas une définition, et réciproquement.

Le contenu doit correspondre au titre de la leçon. Si la leçon porte sur des applications, des exemples ou encore sur l'utilisation d'une notion dans un domaine particulier, alors le contenu du plan doit s'y référer ; le risque étant de dérouler une partie de plan hors sujet. Cette remarque est également valable pour des titres de leçon faisant appel à une classe d'objets : ne considérer qu'un seul objet de cette classe est insuffisant au regard du titre.

Le candidat réalise l'exposé de son plan dans une salle de classe et dispose d'un tableau, d'un ordinateur et d'un vidéoprojecteur. Les montres étant interdites, chaque salle de classe est équipée d'une horloge. Une prestation uniquement orale ne saurait suffire. Le jury attend du candidat que son discours soit accompagné d'un usage équilibré du tableau et des outils numériques disponibles. L'utilisation du tableau, en complément, est appréciée par le jury. Par ailleurs, l'utilisation d'un langage adapté et d'un vocabulaire rigoureux sont des éléments pris en compte dans l'évaluation de la prestation du candidat.

Par ailleurs, si le candidat peut librement consulter ses notes au cours de son oral, qu'elles soient numériques ou manuscrites, sa capacité à s'en détacher figure aussi parmi les éléments évalués.

Les vingt minutes dédiées à cette partie de l'épreuve sont en général bien exploitées. Le jury note des présentations efficaces et pertinentes qui mentionnent des prérequis et les niveaux correspondant à la

leçon, et proposent un déroulé pertinent. Plus généralement, des progrès concernant la construction et le niveau de détail des plans proposés sont à mentionner. Toutefois, il ne s'agit pas de se focaliser sur les prérequis, et leur présentation doit être courte et ne doit pas prendre le pas sur le reste.

Il est également attendu du candidat qu'il précise avec clarté le statut des énoncés mathématiques qu'il propose, au risque de laisser entrevoir des faiblesses sur les notions abordées et les articulations du plan lui-même. Les exercices, qui doivent étayer le propos, n'ont pas à être corrigés ici, mais les grandes lignes de leur correction peuvent être mentionnées, si nécessaire. Reprendre ceux d'un manuel sans en motiver le choix et sans en maîtriser le contenu est inopportun.

Le jury attire l'attention des candidats sur des erreurs potentielles figurant dans les manuels. Lorsque des extraits de manuels sont présentés, le candidat doit être à même de repérer ces erreurs et de les corriger. Un regard critique sur les ressources est indispensable pour mener à bien cette épreuve.

Développement d'un élément significatif du plan

Le jury choisit un élément significatif ou une partie du plan que le candidat est invité à développer durant une dizaine de minutes maximum.

Lors des deux premiers temps de l'épreuve de leçon, le jury n'intervient pas, ce qui peut déstabiliser certains candidats qui souhaiteraient un retour immédiat ou un avis sur leur prestation. Il importe que le candidat note que l'exercice auquel il se livre est une épreuve de concours et non un temps de formation. Si le jury demeure bienveillant et à l'écoute, il garde une posture neutre, ne laissant transparaître aucun signe de jugement.

Le jury apprécie que le candidat s'exprime en se détachant de ses notes et en alternant les supports à sa disposition : support numérique pour une présentation rapide et globale du plan, logiciels pour illustrer des notions, tableau pour soutenir une explication par un schéma ou une formule, ou pour rédiger rigoureusement. La variété des supports utilisés à bon escient rend l'exposé dynamique et rythmé.

Le candidat doit se préparer à devoir développer n'importe quelle partie du plan qu'il a lui-même proposée. Il s'agit, au travers de cette épreuve, d'apprécier les capacités à rédiger rigoureusement un énoncé mathématique, à présenter une démonstration ou le corrigé d'un exercice. Cette partie valorise la connaissance en profondeur des notions abordées. Il est attendu une rédaction complète et détaillée de la preuve, et non une vague idée générale. À ce titre, le jury peut demander au candidat d'écrire au tableau ce qui aura vocation à devenir la trace écrite des élèves dans leur cahier de cours.

Le jury valorise les candidats qui se détachent de leur statut d'étudiant pour se positionner en tant qu'enseignant, faisant preuve de recul sur les notions utilisées.

Le tableau est en général bien géré par les candidats, et la plupart d'entre eux veillent à accompagner ce développement d'explications orales. Il convient d'être suffisamment rigoureux, notamment dans l'utilisation des quantificateurs et des connecteurs logiques.

Par ailleurs, il est apprécié par le jury que le candidat utilise le tableau de manière fluide et raisonnée. En ce sens, réécrire en détail une question posée par le jury introduit des ruptures dans les échanges et les rend laborieux.

Une fois la question posée, il n'est pas attendu une réponse immédiate ; un temps de recherche peut être nécessaire et se faire au tableau. Le jury mesure alors la faculté d'adaptation du candidat et sa prise de recul sur le sujet.

Pour certaines leçons, si le candidat a le choix du niveau de la classe auquel il situe sa présentation, le jury peut l'inviter à développer sa leçon à un autre niveau.

Certains candidats détaillent entièrement leur plan (démonstrations rédigées et exemples traités), ce qui laisse peu de choix pour le développement. La stratégie visant à limiter le choix du jury en ne proposant qu'un développement possible ou des exercices trop élémentaires est à éviter, car elle laisse entrevoir une faible maîtrise du contenu présenté. Certains candidats ont proposé des exercices qu'ils ne savaient pas résoudre ou dont le corrigé, projeté à partir d'un extrait de manuel, n'était pas maîtrisé. Le jury rappelle que toute propriété énoncée doit pouvoir être démontrée par le candidat. Le fait qu'une propriété soit

admise dans les programmes n'exonère pas le candidat d'en connaître la démonstration qui pourrait en être faite à un niveau supérieur.

Entretien avec le jury

L'échange qui suit permet au candidat de justifier la cohérence du plan. Le jury note une certaine aisance à l'oral chez la plupart des candidats, des qualités d'écoute et une bonne réactivité, en particulier pour intégrer les propositions et les éléments d'aide qui leur sont fournis. Le candidat doit être suffisamment convaincu par son propos. Le jury l'encourage à faire preuve d'assurance, sans interpréter les questions comme des pièges ou comme se rapportant systématiquement à des erreurs commises. Pour autant, lorsqu'une erreur est repérée, il n'y a pas lieu d'être destabilisé. Faire preuve d'une lucidité suffisante pour se corriger est une qualité vivement appréciée.

Le jury considère que les candidats doivent connaître les résultats clés issus de leur propre plan, sans avoir à les relire pour se les remémorer. Comme au début de la partie dédiée au développement, des phases de recherche sont souvent nécessaires pour répondre aux questions du jury : le candidat ne doit pas hésiter à débiter sa recherche au tableau ; le jury pourra ainsi apprécier ses compétences dans ce domaine. Il s'attend également à ce que toute utilisation d'un théorème soit soumise à une vérification de ses conditions d'application.

Une certaine prise de hauteur par rapport aux programmes du secondaire est souhaitée, mais il apparaît que le recul au niveau de la licence est délicat pour un nombre significatif de candidats.

L'évaluation prend en compte de multiples critères, plus particulièrement :

- la maîtrise des compétences mathématiques ;
- l'organisation, la clarté et la maîtrise de la langue française ;
- l'interaction avec le jury.

Ainsi, les questions posées par le jury sont volontairement variées pour apprécier la diversité des critères. À ce titre, « jouer la montre » en réécrivant les énoncés ou en répétant des parties déjà évoquées n'est pas une bonne stratégie de la part du candidat. La maîtrise des notions mathématiques est évaluée selon la rigueur à l'écrit et à l'oral. Les candidats doivent pouvoir se détacher des énoncés donnés lors de la présentation du plan pour proposer d'autres formulations demandées par le jury. La désignation correcte et les notations appropriées des différents objets mathématiques en jeu sont évaluées. Chez de trop nombreux candidats, les notions de logique de base (écrire la réciproque, la contraposée, la négation d'une assertion) ne sont pas suffisamment maîtrisées, les conditions de validité des définitions et des propriétés ne sont que trop rarement évoquées et les différents types de raisonnement utilisés sont peu connus ou explicites.

Les illustrations via GeoGebra ou à l'aide d'un programme écrit en Python sont appréciées.

Pour les remarques spécifiques aux différentes leçons, on peut continuer à se référer aux rapports des sessions antérieures. Toutefois, pour cette session, le jury repère :

- des définitions données sans assurance de l'existence de l'objet considéré (division euclidienne) ;
- des difficultés pour dépasser le propos initial (donner la définition de la division euclidienne des entiers relatifs, alors qu'elle est définie dans l'ensemble des entiers naturels) ;
- des difficultés inhérentes au vocabulaire, avec des confusions entre distance et norme, entre affixe, nombre complexe et vecteur ;
- des confusions entre géométrie affine et géométrie euclidienne ;
- une connaissance fragile de la notion de produit scalaire qui entrave la mise en œuvre d'un plan cohérent sur la leçon correspondante.

Par ailleurs, le jury invite les candidats à travailler l'ensemble des leçons, sans oublier celles ayant trait au calcul intégral, aussi bien dans la recherche des primitives que dans la résolution des équations différentielles.

5.2 Épreuve d'entretien

Présentation par le candidat des éléments de son parcours et des expériences

La première partie de l'entretien débute par la présentation, par le candidat, des éléments de son parcours et des expériences qui l'ont conduit à se présenter au concours (5 minutes). Cette présentation donne lieu à de bonnes prestations en général, même si quelques candidats n'exploitent pas pleinement le temps dont ils disposent et ne s'appuient pas suffisamment sur leur parcours personnel et professionnel pour faire le lien avec les compétences requises par le métier d'enseignant.

La plupart des candidats ont préparé leur présentation et parlent de manière fluide et naturelle. Le jury fait observer qu'un texte appris par cœur peut nuire à l'authenticité du discours, tout comme une improvisation totale peut nuire à sa clarté. Sur le fond, il est attendu que le candidat explicite ses motivations à devenir enseignant et son choix de la discipline. Si les compétences de travail en équipe, d'adaptabilité au public, de dialogue et d'écoute sont pertinentes, il convient de savoir en valoriser d'autres. Il est également apprécié que des liens soient établis entre ces autres compétences et celles nécessaires au métier d'enseignant.

Le choix de la discipline n'est pas anodin et mérite une argumentation sur les raisons de ce choix qui dépasse les premiers propos : « J'ai toujours aimé les mathématiques », « J'ai toujours voulu être enseignant de mathématiques. » Le jury s'attend à une implication personnelle.

Projection dans le métier d'enseignant en appui sur le parcours

Cette présentation donne lieu à un échange avec le jury. Certains candidats n'hésitent pas à évoquer des questions didactiques avec des exemples bien choisis, mais aussi des projections sur la gestion de classe et sur la posture d'un enseignant. Si les candidats ayant eu une expérience professionnelle ou bénévole se projettent plus facilement dans le métier, ils doivent néanmoins être en mesure d'envisager d'autres contextes d'enseignement que ceux qu'ils ont rencontrés. Les candidats ayant bénéficié de stages d'observation ont tout intérêt à les évoquer sans se limiter à une description. Dans tous les cas d'expérience en classe, il est apprécié que les candidats les relatent avec réflexivité, sans s'interdire, en ce sens, d'évoquer et d'analyser a posteriori les difficultés éventuellement rencontrées. Lors de cet échange, il s'agit de savoir détailler une expérience et d'en dégager l'essentiel des points saillants qui répondent à la question posée.

Il est préférable d'éviter des réponses stéréotypées et un vocabulaire savant mais creux. Se projeter dans le métier nécessite de savoir exposer des expériences personnelles et de les valoriser. Néanmoins, si celles vécues en tant qu'élève peuvent parfois présenter un intérêt, il est apprécié que les candidats s'en décentrent.

La mise en perspective, appuyée notamment sur des expériences professionnelles vécues, l'analyse et la prise de recul sont de nature à étoffer la projection dans le métier d'enseignant. Pour cela, il est recommandé au candidat de bien connaître les missions attendues d'un professeur du second degré, à l'intérieur et au-delà de la classe.

Projection dans le métier au travers des situations

La deuxième partie de l'épreuve permet au jury, à travers deux mises en situation professionnelle, l'une d'enseignement, l'autre en lien avec la vie scolaire, d'apprécier l'aptitude du candidat à s'approprier les valeurs de la République, à les faire connaître et à les partager. L'exposé de la situation est proposé sous la forme d'une conversation, tout en laissant au candidat la possibilité de prendre le temps de réfléchir, de prendre des notes, afin d'en comprendre les enjeux.

Les schémas de réponse travaillés en amont de cet entretien doivent être utilisés à bon escient et ne pas empêcher le candidat de se positionner clairement face à la situation. Il ne s'agit pas non plus de diluer le

propos. Les candidats fondent souvent leur choix sur des valeurs personnelles fortes. Si l'émotion est importante pour identifier et exprimer ce que l'on ressent ou pour comprendre ce que ressentent les autres, il convient de s'en dégager pour mieux qualifier la situation, en analyser les conséquences et les éventuelles difficultés qu'elle peut engendrer.

Il est attendu du candidat qu'il mobilise des références et des expériences personnelles, mais il doit aussi être capable de se référer aux compétences professionnelles, au projet d'un établissement et à ses instances, aux politiques éducatives, aux textes législatifs, ainsi qu'aux principes et aux valeurs de la République.

Le format de la discussion a permis de mettre en valeur les candidats faisant preuve de bon sens, même s'ils n'utilisent pas toujours un vocabulaire académique. Il n'y a généralement pas de « bonne réponse » aux situations proposées et le jury sait apprécier les réactions personnelles, dès lors qu'elles sont fondées sur une réflexion cohérente avec les enjeux du système éducatif et le contexte institutionnel. À propos de l'analyse des situations proposées, le jury s'attend à une implication personnelle du candidat et à une verbalisation claire. Un peu d'audace peut aider à se positionner de manière sensée et argumentée dans le contexte proposé.

Une bonne connaissance du système éducatif et du rôle des acteurs est indispensable : connaître les principaux liens hiérarchiques au sein de la communauté éducative, par exemple, ou encore connaître l'existence des filières technologiques. Une culture générale est très appréciée, notamment en histoire des sciences et dans les domaines connexes touchant aux valeurs de la République.

Qualités orales

La modalité de la conversation contribue à mettre les candidats à l'aise, et nombre d'entre eux s'expriment avec clarté, précision et fluidité. Lors des temps d'échange, le format court des questions et des réponses permet de varier les sujets abordés et de valoriser les compétences des candidats. Ceux-ci doivent veiller à adopter une posture adaptée, à rester audibles et à éviter d'interrompre le jury dans son questionnement.

Exemples de situations proposées

Situations d'enseignement

Vous êtes professeur(e) de mathématiques d'une classe de troisième. Une semaine avant le brevet blanc, les élèves vous demandent s'il est possible de consacrer les trois prochaines séances à un entraînement aux automatismes.

Vous êtes professeur(e) de mathématiques d'une classe de seconde. Au cours d'une activité sur les notions de moyenne et d'écart-type, un élève déclare que "les statistiques ne servent à rien puisque l'on peut leur faire dire tout et leur contraire".

Situations de vie scolaire

Vous êtes professeur(e) principal(e) d'une classe de troisième. Un élève bénéficie d'aménagements pour les évaluations. Des élèves vous indiquent qu'ils considèrent cela injuste au motif qu'eux-mêmes n'en bénéficient pas alors qu'ils ont également des difficultés.

Vous êtes professeur(e) principal(e) de mathématiques dans une classe de seconde. Une élève, en réussite dans toutes les disciplines, vous indique qu'elle ne choisira pas de spécialités scientifiques.

6.1 Première épreuve

Cette épreuve est constituée de deux problèmes indépendants.

Notations

$\mathbb{N}$ désigne l'ensemble des nombres entiers naturels.

$\mathbb{N}^*$ désigne l'ensemble des nombres entiers naturels non nuls.

$\mathbb{R}$ désigne l'ensemble des nombres réels.

$\mathbb{R}^*$ désigne l'ensemble des nombres réels non nuls.

$\mathbb{C}$ désigne l'ensemble des nombres complexes.

Problème 1 : Vrai-Faux

Pour chacun des items suivants, préciser si l'assertion finale est vraie ou fausse et justifier la réponse donnée. Une réponse non argumentée ne sera pas prise en compte.

Calculs dans $\mathbb{R}$

- Soient x et y deux nombres réels tels que $2 \leq x \leq 6$ et $3 \leq y \leq 4$.
On a : $-1 \leq x - y \leq 2$.
- La cotisation annuelle d'une assurance automobile a augmenté de 35% de sa valeur initiale en dix ans.
Le taux d'évolution annuel moyen de la cotisation pendant cette période est de 3,5%.
- On considère le polynôme P donné par $P(X) = 2X^3 + 5X^2 - X - 6$.
Le polynôme P peut être factorisé dans $\mathbb{R}[X]$ par $(X - 1)$ et $(X - 2)$.
- Soient a, b, c trois nombres entiers naturels non nuls, distincts deux à deux.
La somme des inverses de ces trois nombres n'est pas un nombre décimal.

Analyse réelle

- Toute suite numérique réelle convergente est bornée.
- La fonction $f : x \mapsto 2^x$ est définie, dérivable sur $\mathbb{R}$ et sa dérivée est la fonction f' définie, pour tout réel x , par $f'(x) = x2^{x-1}$.
- Soit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie pour tout n appartenant à $\mathbb{N}^*$, par $u_n = \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2}$.
La suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ converge vers 0.
- La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x|x|$ est dérivable sur $\mathbb{R}$.
- Soit la suite $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie pour tout n appartenant à $\mathbb{N}$, par $I_n = \int_0^1 \frac{t^n}{1+t^2} dt$.
La suite $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge.
- Soit une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On suppose que la fonction f est paire.
La fonction dérivée de la fonction f est impaire.

11. Soit une fonction f définie et continue sur $\mathbb{R}$. On suppose que la fonction f est paire. Toute primitive de la fonction f est impaire.
12. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{x^2}$. On note F une primitive de f sur $\mathbb{R}$. La fonction F est convexe sur $\mathbb{R}$.
13. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = x + \ln |e^x - 1|$.
L'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions réelles.

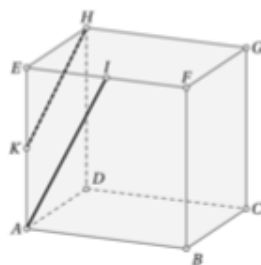
Arithmétique

14. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Si n est un nombre premier alors, $n! + 1$ est premier.
15. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, l'entier $n(n^2 + 5)$ est divisible par 3.
16. Soit n un entier naturel non nul qui vérifie $\binom{n}{2} - \binom{n}{1} = 9$.
L'entier n est multiple de 3.

Géométrie et nombres complexes

17. Dans un espace affine euclidien de dimension 3, muni d'un repère cartésien orthonormé, on considère les deux plans d'équations cartésiennes suivantes
 $\mathcal{P}_1 : x - y - z = 2$, $\mathcal{P}_2 : 3x - y + z = 4$.
Ces plans sont sécants selon la droite passant par le point $A(1, -1, 0)$, dirigée par le vecteur $\vec{v}$ de composantes $(1, 2, -1)$.

18. Dans un espace affine euclidien de dimension 3, on considère un pavé droit $ABCDEFGH$. Le point I est le milieu du segment $[EF]$ et le point K est le milieu du segment $[AE]$, comme sur l'illustration ci-contre.
Les droites (AI) et (KH) sont parallèles.



19. Dans le plan affine euclidien, on considère deux points distincts Ω et Ω' . Soit k un réel non nul et différent de 1.
La composée de l'homothétie de centre Ω et de rapport k et de l'homothétie de centre Ω' et de rapport $\frac{1}{k}$ est l'identité du plan.
20. Soit $b \in \mathbb{C}$. On considère la transformation du plan complexe qui au point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = -z + b$.
Cette transformation est une symétrie centrale.
21. Soient z et z' deux nombres complexes.
La contraposée de la proposition « Si les nombres z et z' sont réels alors le produit zz' est réel » est « Si le produit zz' n'est pas réel alors z et z' ne sont pas des nombres réels ».

Dénombrement et probabilités

22. On dispose d'un sac contenant des jetons indiscernables au toucher : cinq jetons rouges, portant les numéros de 1 à 5, et quatre jetons verts, portant les numéros 1 à 4. Un tirage consiste à piocher dans le sac 2 jetons simultanément.
Il y a 10 tirages différents avec exactement un jeton rouge et exactement un jeton portant le numéro 2.
23. On répartit quatre boules numérotées de 1 à 4 dans trois urnes numérotées de 1 à 3. Une urne peut donc contenir plusieurs boules.
Il y a 3×2^4 façons de disposer les boules de sorte qu'au moins une urne soit vide.
24. Une urne opaque contient un jeton vert et un jeton rouge. On tire au hasard un jeton de l'urne : si le jeton tiré est rouge on s'arrête, s'il est vert, on le remet dans l'urne avec un jeton vert supplémentaire et on effectue un nouveau tirage. Soit X la variable aléatoire qui donne le rang d'obtention du jeton rouge.
 $\forall n \in \mathbb{N}^*, P(X = n) = \frac{1}{n(n+1)}.$

Algèbre linéaire

25. Soit A la matrice 2×2 à coefficients réels, donnée par $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$
Pour tout $n \in \mathbb{N}^*, A^n = 2^{n-1}A.$
26. Soient A et B deux matrices symétriques carrées à coefficients réels.
Le produit AB est une matrice symétrique.

Problème 2 : calcul et géométrie

L'objet de ce problème est d'étudier des situations faisant intervenir des interactions entre calcul et géométrie.

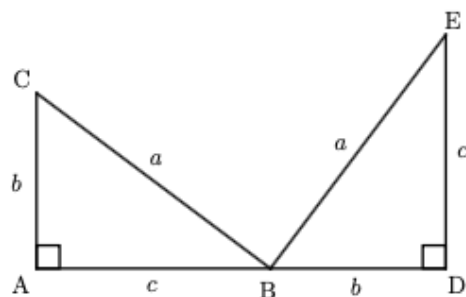
I. Autour du triangle rectangle

A. Une démonstration du théorème de Pythagore

On se propose de démontrer le théorème de Pythagore en suivant une méthode géométrique attribuée à James A. Garfield⁽¹⁾.

On considère un triangle ABC rectangle en A et on pose $a = BC$, $b = AC$ et $c = AB$. On construit un triangle DEB ayant les mêmes dimensions que ABC et tel que les points A, B et D soient alignés comme sur la figure ci-dessous.

(1). James A. Garfield (1831–1881), 20e président des États-Unis.



1. Démontrer que les droites (BC) et (BE) sont perpendiculaires.
2. Justifier que le quadrilatère ADEC est un trapèze.
3. Calculer de deux façons différentes l'aire du trapèze ADEC et conclure.

B. Irrationalité de $\sqrt{2}$

L'objectif de cette partie est de démontrer l'irrationalité de $\sqrt{2}$ en retrouvant une égalité entre deux fractions avec un raisonnement géométrique dû à Tom M. Apostol⁽²⁾. Pour cela, on suppose que $\sqrt{2}$ est rationnel et on l'écrit sous forme d'une fraction irréductible $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ avec $(a; b) \in (\mathbb{N}^*)^2$.

4. Justifier l'encadrement $1 < \sqrt{2} < 2$.

5. Démontrer que $\frac{a}{b} = \frac{2b-a}{a-b}$.

On considère un triangle PQR rectangle et isocèle en P tel que $PQ = PR = b$. On note S le point de [QR] tel que $RP = RS$ et T le point d'intersection de [PQ] avec la perpendiculaire à (QR) passant par S.

6. Faire une figure.
7. Démontrer que $QR = a$.
8. Démontrer que le triangle QST est rectangle isocèle en S.
9. Démontrer que $\frac{TQ}{SQ} = \frac{2b-a}{a-b}$.
10. Retrouver l'égalité de la question 5. et conclure.

II. Autour du triangle équilatéral

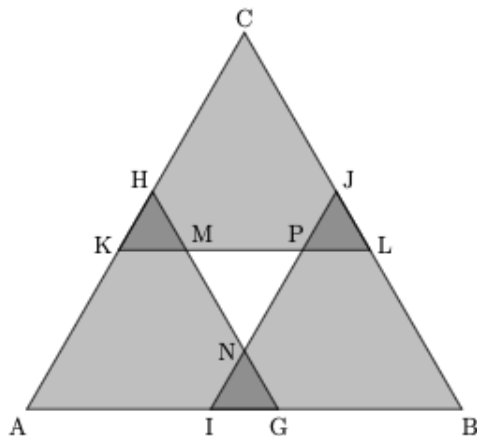
A. Irrationalité de $\sqrt{3}$

L'objectif de cette partie est de démontrer l'irrationalité de $\sqrt{3}$. Pour cela, on suppose que $\sqrt{3}$ est rationnel et on l'écrit sous forme irréductible $\sqrt{3} = \frac{a}{b}$ avec $(a; b) \in (\mathbb{N}^*)^2$.

11. Vérifier que $(2a - 3b) = \sqrt{3}(2b - a)$.

(2). Tom M. Apostol (1923–2016), mathématicien américain.

On considère un triangle équilatéral ABC dont le côté mesure a et trois triangles équilatéraux AGH , IBJ et KLC dont les côtés mesurent b comme sur la figure ci-dessous.



12. À partir de la formule de l'aire d'un triangle, établir l'expression de l'aire d'un triangle équilatéral en fonction de la longueur de ses côtés.
13. Démontrer que l'aire du triangle ABC est égale au triple de l'aire du triangle AGH .
14. Justifier que $1 < \sqrt{3} < 2$ et en déduire que les triangles AGH , IBJ et KLC se recouvrent comme sur la figure ci-dessus.
Ils forment ainsi quatre nouveaux triangles IGN , KMH , PLJ et MNP .
15. Démontrer que ces quatre triangles sont équilatéraux.
16. Calculer les longueurs des côtés de ces quatre triangles équilatéraux.
17. Démontrer que l'aire du triangle MNP est égale au triple de l'aire du triangle KMH . On pourra s'appuyer sur la question 13. sans chercher à déterminer l'expression de ces aires en fonction de a et b .
18. Retrouver l'égalité de la question 11. et conclure.

B. Théorème de Lucas

On munit le plan complexe d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

19. On suppose que A , B et C sont les sommets d'un triangle équilatéral direct (sommets nommés dans le sens trigonométrique). On note z_A , z_B et z_C les affixes respectives des points A , B et C .
Justifier que $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = e^{i\frac{\pi}{3}}$.
20. En utilisant l'irrationalité de $\sqrt{3}$, déduire de la question précédente le théorème de Lucas⁽³⁾ : trois points distincts du plan à coordonnées rationnelles ne sont jamais les sommets d'un triangle équilatéral.

(3). Édouard Lucas (1842–1891), mathématicien français.

III. Irrationalité de e par la méthode de Sondow

Dans cette partie, on admet qu'il existe une unique fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f' = f$ et $f(0) = 1$. On appelle cette fonction, fonction exponentielle et on la note $\exp$. Aucune autre propriété de la fonction exponentielle n'est supposée connue. On pose $e = \exp(1)$.

21. a. En étudiant la fonction $\varphi : x \mapsto \exp(x) \exp(-x)$ définie sur $\mathbb{R}$, démontrer que, pour tout réel x , $\exp(x) \neq 0$.
b. En déduire que, pour tout réel x , $\exp(x) > 0$ puis que la fonction $\exp$ est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
22. On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$S_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} \quad \text{et} \quad I_n = \int_0^1 \frac{(1-t)^n}{n!} \exp(t) dt.$$

- a. Démontrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 < I_n < \frac{e}{(n+1)!}$.
b. Soit $n \in \mathbb{N}$. Exprimer I_{n+1} en fonction de n et de I_n .
c. Déduire de la question précédente que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $e = S_n + I_n$.
d. Conclure de ce qui précède que (S_n) converge vers e .
23. a. Démontrer par récurrence que, pour tout entier $k \geq 4$, $k! > 2^k$.
b. Calculer I_1 et I_2 .
c. Déduire du calcul de I_2 et de la question 22a. que $e < 3$.
d. Déduire des questions précédentes que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $I_n < \frac{1}{n!}$.
e. Déterminer le plus petit entier naturel k , tel que $2^{-k} < 10^{-3}$.
f. Déterminer un nombre rationnel r tel que $|e - r| < 10^{-3}$. On pourra s'appuyer sur les questions 23a. et 23e. En déduire une valeur décimale approchée à 10^{-3} près de e .
g. En utilisant la suite (S_n) , écrire en langage Python une fonction `approximation` telle que, pour tout entier naturel m , `approximation(m)` renvoie une valeur approchée de e à 10^{-m} près. On pourra utiliser la fonction `factorial` (qui renvoie $n!$ pour `factorial(n)`) mais on ne devra pas utiliser la valeur de e fournie par le langage Python.
24. On se propose de démontrer que le nombre e est irrationnel en suivant une méthode géométrique.
On considère la suite d'intervalle $(J_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par

$$J_n =]S_n; S_n + \frac{1}{n!}[.$$

On a donc $J_1 =]2; 3[$.

- a. En prenant comme unité 12 cm et sans déterminer les extrémités des intervalles, représenter, l'un en dessous de l'autre, J_1 , J_2 , J_3 et J_4 .

- b. Justifier que $J_2 = \left] \frac{5}{2!}; \frac{6}{2!} \right[$, $J_3 = \left] \frac{16}{3!}; \frac{17}{3!} \right[$ et $J_4 = \left] \frac{65}{4!}; \frac{66}{4!} \right[$.
- c. Démontrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $J_{n+1} \subset J_n$.
- d. En déduire que $e \in \bigcap_{n=1}^{+\infty} J_n$.
- e. Soit $k \in \mathbb{N}$. Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $\frac{k}{n!} \notin J_n$.
- f. Démontrer que si e est rationnel alors il peut s'écrire $e = \frac{p}{q!}$ avec p et q entiers naturels non nuls et conclure.

IV. Polygones à angles rationnels

On dit qu'un angle est rationnel s'il admet une mesure en radian de la forme $r\pi$ où $r \in \mathbb{Q}$.

Le but de cette partie est d'établir certaines propriétés des polygones ayant des angles rationnels.

A. Un premier exemple

On s'intéresse au problème suivant : On cherche à savoir si il existe un triangle rectangle dont les longueurs des côtés sont rationnelles et qui possède un angle dont une mesure en radian est $\frac{\pi}{18}$.

- 25. a. Démontrer que, pour tout réel x , $\sin(3x) = 3\sin(x) - 4\sin^3(x)$.
b. En déduire que $\sin\left(\frac{\pi}{18}\right)$ est une racine du polynôme P défini par $P(X) = 8X^3 - 6X + 1$.
- 26. a. Étudier les variations de la fonction $f : x \mapsto 8x^3 - 6x + 1$ définie sur $\mathbb{R}$ et dresser son tableau de variations sur $\mathbb{R}$. On précisera les limites.
b. Justifier que le polynôme P possède 3 racines réelles α , β et γ telles que $-1 < \alpha < -\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8} < \beta < \frac{1}{4}$ et $\frac{1}{2} < \gamma < 1$.
- 27. On souhaite démontrer que les nombres α , β et γ sont irrationnels. Pour cela, on suppose que P admet une racine rationnelle $r = \frac{s}{t}$ écrite sous forme irréductible.
 - a. Soient a et b deux entiers premiers entre eux. Démontrer que, pour tout $k \in \mathbb{N}^*$, a et b^k sont premiers entre eux.
 - b. Justifier que $8s^3 - 6st^2 + t^3 = 0$.
 - c. Déduire des questions précédentes que $t \in \{-2; -1; 1; 2\}$.
 - d. Aboutir à une contradiction et conclure.
- 28. Existe-t-il un triangle rectangle dont les côtés ont des longueurs rationnelles et dont un angle mesure $\frac{\pi}{18}$?

B. Théorème de Niven

Le but de cette section est de démontrer le théorème de Niven⁽⁴⁾ : si θ est un angle rationnel tel que $\cos(\theta)$ est rationnel alors $\cos(\theta) \in \left\{-1; -\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1\right\}$.

29. On considère un polynôme P défini par $P(X) = \sum_{k=0}^d c_k X^k$ de degré $d \in \mathbb{N}^*$ et dont les coefficients c_k appartiennent à $\mathbb{Z}$. On suppose que P est unitaire (c'est-à-dire que $c_d = 1$) et que $r = \frac{s}{t}$ est une racine rationnelle non nulle de P écrite sous forme irréductible.

a. Justifier que $s^d = -t \sum_{k=0}^{d-1} c_k s^k t^{d-k-1}$.

- b. En déduire que r est un entier. On pourra utiliser le résultat de la question 27a.

30. Soit la suite de polynômes $(P_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par

$$\begin{cases} P_0(X) = 2, & P_1(X) = X \\ \forall n \in \mathbb{N}, P_{n+2}(X) = X P_{n+1}(X) - P_n(X) \end{cases}$$

- a. Calculer $P_2(X)$, $P_3(X)$ et $P_4(X)$.

- b. Démontrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, P_n est un polynôme unitaire de degré n à coefficients entiers.

- c. Soit $x \in \mathbb{R}$. Démontrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $P_n(2 \cos(x)) = 2 \cos(nx)$.

31. On considère un rationnel $r = \frac{s}{t}$ écrit sous forme irréductible.

- a. Déterminer un polynôme unitaire Q à coefficients entiers tel que $Q(2 \cos(r\pi)) = 0$. On pourra utiliser le polynôme P_t défini dans la question précédente.

- b. En déduire une démonstration du théorème de Niven. On pourra utiliser le résultat de la question 29b.

C. Applications du théorème de Niven : triangles à côtés et angles rationnels

On considère un triangle (non aplati) ABC dont les trois côtés ont des longueurs rationnelles.

32. Démontrer que les cosinus des trois angles $\hat{A}$, $\hat{B}$ et $\hat{C}$ sont des nombres rationnels.

33. En déduire que si le triangle ABC possède trois angles rationnels alors le triangle ABC est équilatéral. On pourra utiliser le théorème de Niven.

(4). Ivan Niven (1915–1999), mathématicien américano-canadien.

Partie 1 – Angles

I. Angle au collège**A. Somme des angles d'un triangle par pliage**

Un enseignant propose l'activité présentée dans l'annexe 1.1 pour introduire la propriété de la somme des angles d'un triangle.

1. Quel peut-être un intérêt didactique à proposer ce type d'activité aux élèves ?
2.
 - a. Rédiger une démonstration de la propriété, qui s'appuie sur l'activité.
On pourra utiliser les éléments suivants :
 - (d') la médiatrice du segment $[CH]$ et M le milieu de $[CH]$;
 - (d'') la médiatrice du segment $[BH]$ et N le milieu de $[BH]$;
 - I l'intersection des droites (d') et (AC) , et J l'intersection des droites (d'') et (AB) .
 - b. Proposer une autre démonstration de cette propriété en se référant à l'annexe 1.2.
3. Proposer un énoncé d'exercice de construction d'un triangle, qui amène les élèves à utiliser la propriété de la somme des angles d'un triangle.

B. Figure codée

Un enseignant propose à une classe de quatrième l'exercice figurant en annexe 1.3.

4. En s'appuyant sur l'annexe 0, expliquer en quoi les compétences « raisonner » et « communiquer » citées dans l'annexe 1.3, sont mobilisées dans cet exercice.
5. Analyser en termes d'erreurs et de réussites la production de l'élève figurant en annexe 1.4.
6. Énoncer trois propriétés mathématiques requises pour effectuer l'exercice.

C. Circonférence terrestre par la méthode d'Eratosthène

Un enseignant propose à une classe de troisième l'exercice figurant en annexe 1.5.

7. Pour permettre de traiter la question a. de l'exercice, qu'a-t-on implicitement admis dans la modélisation proposée ?
8. Pour chacune des questions a), b) et c) de cet exercice, identifier un prérequis nécessaire.
9. En s'appuyant sur l'annexe 1.6, proposer 3 questions flashs qui pourraient être données en amont et qui permettraient de réactiver les prérequis précédemment cités.

II. Angle au lycée**A. Fonctions trigonométriques**

En annexe 1.7 sont proposés deux extraits de manuels.

10. Expliquer pourquoi, pour un angle compris entre l'angle nul et l'angle droit, les définitions du cosinus données dans ces manuels au collège et au lycée sont cohérentes entre elles.
11. Donner une définition de la tangente d'un nombre réel en précisant le domaine de définition.

B. Calcul d'une valeur remarquable

Un enseignant propose à des élèves de première suivant l'enseignement de spécialité, l'exercice figurant en annexe 1.8.

- 12.** Donner une démonstration de la détermination de la valeur exacte de $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$ telle qu'elle pourrait figurer dans un cahier d'élève.
- 13.** Proposer une correction de la question 1.

C. Formule d'Al-Kashi

La formule d'Al-Kashi est rappelée en question 4 de l'annexe 1.10.

- 14.** Sur l'annexe 1.9 figure un verbatim d'une ouverture de séance en classe de première.
 - a.** Pourquoi la figure présentée par l'enseignant permet-elle à l'élève de répondre à la dernière question posée ?
 - b.** En quoi ces échanges légitiment-ils l'introduction de la formule d'Al-Kashi ?
- 15.** Montrer que la formule d'Al Kashi est une généralisation du théorème de Pythagore.
- 16.** En annexe 1.10 est proposé un exercice visant à démontrer la formule d'Al-Kashi.
 - a.** Donner deux prérequis nécessaires à la résolution de l'exercice ?
 - b.** Proposer une démonstration dans le cas où l'angle $\widehat{ABC}$ est obtus.
- 17.** Proposer une démonstration de la formule d'Al-Kashi à l'aide du produit scalaire.

D. Optimisation

Un enseignant propose à des élèves de terminale suivant l'enseignement de spécialité mathématiques l'exercice de l'annexe 1.11.

Une production d'élève figure en annexe 1.12.

- 18.** Comment amener l'élève à constater que la formule « $V = \pi A$ » est erronée.
- 19.** En s'appuyant sur l'annexe 0, donner trois éléments dans la production de l'élève attestant de la mobilisation de la compétence « Chercher ».
- 20.** Quelle aide peut-on proposer à un élève qui ne parvient pas à s'engager dans la résolution de l'exercice ?
- 21.** Rédiger une correction de cet exercice telle qu'elle pourrait figurer dans un cahier d'élève.
- 22.** Proposer deux fonctions différentes (dont l'une n'utilise pas de fonction trigonométrique), selon la variable choisie, permettant d'exprimer le volume du cylindre.

Partie 2 – Évolutions discrètes

A. Des patterns

- 1.** L'annexe 2.1 définit la notion de pattern et distingue deux types de patterns.
Parmi les patterns présentés dans l'annexe 2.2, en donner un de type répétitif et un de type évolutif.
- 2.** Pour chaque pattern présenté dans l'annexe 2.2, un enseignant pose la question suivante :

« Quel serait l'élément au rang suivant ? ».

Proposer deux réponses différentes dans le cas du pattern n° 1 ?

Un enseignant propose l'activité présentée en annexe 2.3 à une classe de quatrième.

3. Selon l'annexe 2.4, à quel type de tâche correspond cette activité ?
4.
 - a. Sans modifier le type de tâche, proposer une question intermédiaire qui faciliterait l'engagement des élèves dans la résolution de cette activité.
 - b. En vous référant à l'annexe 2.5, proposer une modification du pattern pour faciliter le traitement de l'activité.
5. Lors de la correction, quatre élèves présentent leur solution au tableau (annexe 2.6). Donner deux intérêts de confronter, dans le cadre de cette activité, plusieurs réponses d'élèves.
6. Identifier, parmi les quatre réponses d'élèves, celles qui sont justes.
7. L'enseignant souhaite rédiger un bilan de l'activité qui s'appuie sur les productions des élèves pour les convaincre que différentes stratégies sont envisageables.
Rédiger un tel bilan comme il pourrait figurer dans un cahier d'élève.
8. Proposer un critère qui permettrait de distinguer les réponses des élèves 2 et 3 concernant la compétence « Communiquer » (définie en annexe 0).
9. En utilisant ce pattern, proposer une question qui conduit à mobiliser la notion d'équation.

B. *Une suite linéaire récurrente.*

Un enseignant propose l'exercice en annexe 2.7 à des élèves de première suivant l'enseignement de spécialité mathématiques.

10. Reformuler l'énoncé de cet exercice en utilisant le langage des suites numériques.
11. Au regard des éléments de programme de l'annexe 2.8, peut-on exiger d'un de ces élèves qu'il détermine une formule explicite de la suite précédemment définie ?
12. Un élève utilise le tableur pour traiter la question tel que présenté dans l'annexe 2.9. Quelle correction pourrait-on apporter qui exploite les fonctionnalités du tableur ?
13. Quelle question supplémentaire pourrait-on poser aux élèves pour les inciter à utiliser un algorithme ?
14. Un autre élève rédige un programme en langage Python présenté en annexe 2.10 et l'exécute avec la valeur 4.
 - a. L'élève fait le choix d'utiliser une boucle « for ». Pourquoi cette boucle est-elle à privilégier ici par rapport à une boucle « while » ?
 - b. Son programme est-il correct ? Sinon, le corriger.
15. Comment appelle-t-on la suite de l'annexe 2.7 et la constante réelle qui apparaît dans sa formule explicite ?
16. Donner une raison qui justifie que cette activité privilégie le développement de la pensée algorithmique. On pourra s'appuyer sur l'annexe 2.5.

C. *Une figure fractale*

Un enseignant propose à des élèves de terminale suivant l'enseignement de spécialité mathématiques l'étude du périmètre et de l'aire délimitée par la courbe appelée « *Flocon de Koch* » telle que présentée en annexe 2.11.

17. Citer deux prérequis sur les suites nécessaires à la réalisation de l'activité.

- 18.** En annexe 2.12 sont présentées les réponses de trois groupes d'élèves à la question 1 (de l'annexe 2.11)
- a.** Citer une réussite et une erreur dans la proposition du groupe 2.
 - b.** Donner un intérêt qu'il y a à présenter à l'ensemble de la classe le travail du groupe 1 et celui du groupe 3 ?
- 19.**
- a.** Démontrer l'inégalité de Bernoulli énoncée en annexe 2.13.
 - b.** Le groupe 1 affirme que $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{4}{3}\right)^n = +\infty$. Démontrer ce résultat à l'aide de l'inégalité de Bernoulli ?
 - c.** Un élève affirme qu'une suite géométrique a toujours une limite finie ou infinie. A-t-il raison ?
 - d.** Énoncer, telle que cela pourrait figurer dans un cahier d'élève, la propriété et la démonstration concernant la convergence d'une suite géométrique $(q^n)_{n \in \mathbb{N}}$ où $q \in \mathbb{R}$.
- 20.** En se référant à l'annexe 2.14, sur quelle propriété du programme de terminale l'enseignant peut-il prendre appui pour convaincre que le *Flocon de Koch* a une aire finie sans avoir à utiliser l'expression de a_n en fonction de n ?
- 21.** Proposer une correction de la question 2 de l'annexe 2.11 telle qu'elle pourrait figurer dans un cahier d'élève en admettant la formule de l'aire donnée en annexe 2.15.
- 22.** Rédiger un énoncé d'exercice qui permettrait à des élèves de terminale suivant l'enseignement de spécialité mathématiques de démontrer l'expression de a_n donnée en annexe 2.15.

Annexe 0 : les six compétences mathématiques

Chercher

- Extraire d'un document les informations utiles, les reformuler, les organiser, les confronter à ses connaissances.
- S'engager dans une démarche scientifique, observer, questionner, manipuler, expérimenter (sur une feuille de papier, avec des objets, à l'aide de logiciels), émettre des hypothèses, chercher des exemples ou des contre-exemples, simplifier ou particulariser une situation, émettre une conjecture.
- Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.
- Décomposer un problème en sous-problèmes.

Modéliser

- Reconnaître un modèle mathématique (proportionnalité, équiprobabilité) et raisonner dans le cadre de ce modèle pour résoudre un problème.
- Traduire en langage mathématique une situation réelle (par exemple à l'aide d'équations, de fonctions, de configurations géométriques, d'outils statistiques). Comprendre et utiliser une simulation numérique ou géométrique.
- Valider ou invalider un modèle, comparer une situation à un modèle connu (par exemple un modèle aléatoire).

Représenter

- Choisir et mettre en relation des cadres (numérique, algébrique, géométrique) adaptés pour traiter un problème ou pour étudier un objet mathématique.
- Produire et utiliser plusieurs représentations des nombres.
- Représenter des données sous forme d'une série statistique.
- Utiliser, produire et mettre en relation des représentations de solides (par exemple perspective ou vue de dessus/de dessous) et de situations spatiales (schémas, croquis, maquettes, patrons, figures géométriques, photographies, plans, cartes, courbes de niveau).

Raisonner

- Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs variées (géométriques, physiques, économiques) : mobiliser les connaissances nécessaires, analyser et exploiter ses erreurs, mettre à l'essai plusieurs solutions.
- Mener collectivement une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui.
- Démontrer : utiliser un raisonnement logique et des règles établies (propriétés, théorèmes, formules) pour parvenir à une conclusion.
- Fonder et défendre ses jugements en s'appuyant sur des résultats établis et sur sa maîtrise de l'argumentation.

Calculer

- Calculer avec des nombres rationnels, de manière exacte ou approchée, en combinant de façon appropriée le calcul mental, le calcul posé et le calcul instrumenté (calculatrice ou logiciel).
- Contrôler la vraisemblance de ses résultats, notamment en estimant des ordres de grandeur ou en utilisant des encadrements.
- Calculer en utilisant le langage algébrique (lettres, symboles, etc.).

Communiquer

- Faire le lien entre le langage naturel et le langage algébrique. Distinguer des spécificités du langage mathématique par rapport à la langue française.

- Expliquer à l'oral ou à l'écrit (sa démarche, son raisonnement, un calcul, un protocole de construction géométrique, un algorithme), comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.
- Vérifier la validité d'une information et distinguer ce qui est objectif et ce qui est subjectif ; lire, interpréter, commenter, produire des tableaux, des graphiques, des diagrammes.

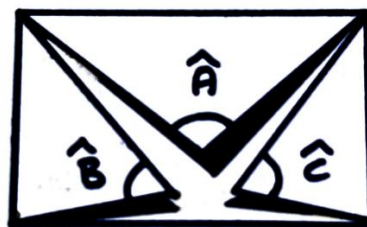
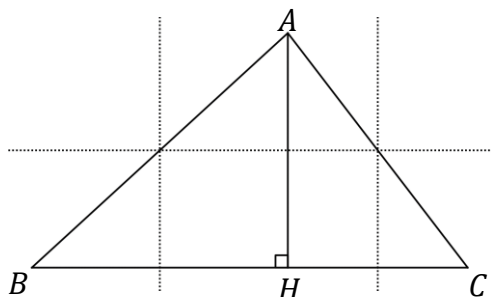
Source : programme du cycle 4

Annexes partie 1

Annexe 1.1

Soit ABC un triangle tel que les angles $\hat{B}$ et $\hat{C}$ sont aigus.

Trace la droite (d) perpendiculaire à la droite (BC) passant par le point A . Soit H le point d'intersection des droites (d) et (BC) . Effectue les trois pliages selon les trois droites en pointillés ci-dessous de façon à ramener les trois sommets du triangle sur le point H .



Qu'elle observation peut-on faire concernant la somme des angles $\hat{A}$, $\hat{B}$ et $\hat{C}$?

Source : d'après une activité de l'académie de Poitiers

Annexe 1.2

Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer
Connaissances - Caractérisation angulaire du parallélisme : angles alternes internes, angles correspondants. - Triangle : - o somme des angles d'un triangle (démonstration possible en utilisant les angles correspondants) ; - o hauteurs et médiatrices ; - o inégalité triangulaire ; - o cas d'égalité des triangles ; - o triangles semblables (une définition et une propriété caractéristique). - Parallélogramme (une définition et une propriété caractéristique). - Le théorème de Thalès et sa réciproque (configurations des triangles emboîtés et du papillon). - Le théorème de Pythagore et sa réciproque. - Lignes trigonométriques dans le triangle rectangle : cosinus, sinus, tangente. Compétences associées - Mettre en œuvre ou écrire un protocole de construction d'une figure géométrique. - Faire le lien entre les cas d'égalité des triangles et la construction d'un triangle à partir de la donnée de longueurs des côtés et/ou de mesures d'angles. - Comprendre l'effet d'une translation, d'une symétrie (axiale et centrale), d'une rotation,

Source : programme du cycle 4

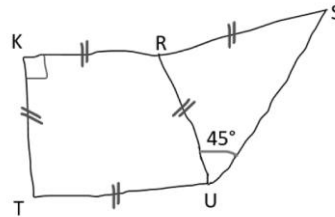
Annexe 1.3

Domaine : Espace et géométrie

Sous domaine : Utiliser des notions de géométrie plane pour démontrer

Compétences mathématiques : Chercher, calculer, raisonner, communiquer

Références au programme : Mener des raisonnements et s'initier à la démonstration en utilisant les propriétés des figures, des configurations et des transformations



La figure ci-contre a été tracée à main levée.

Quelle est la nature du triangle KUS? Justifier.

Source : « Élaborer un raisonnement à partir d'une figure codée », document d'accompagnement programme de quatrième

Annexe 1.4

$$KR = RU = UT = TK$$

Donc KRUT est un losange.

Comme $\widehat{K}$ est un angle droit, ça fait que KRUT est un carré.

Donc UR est $\perp$ à KR

$$KR = RS$$

Donc R est le milieu de KS

ça fait que UR est la médiatrice de KS.

Donc par symétrie $\widehat{KUR} = 45^\circ$ et $KU = US$

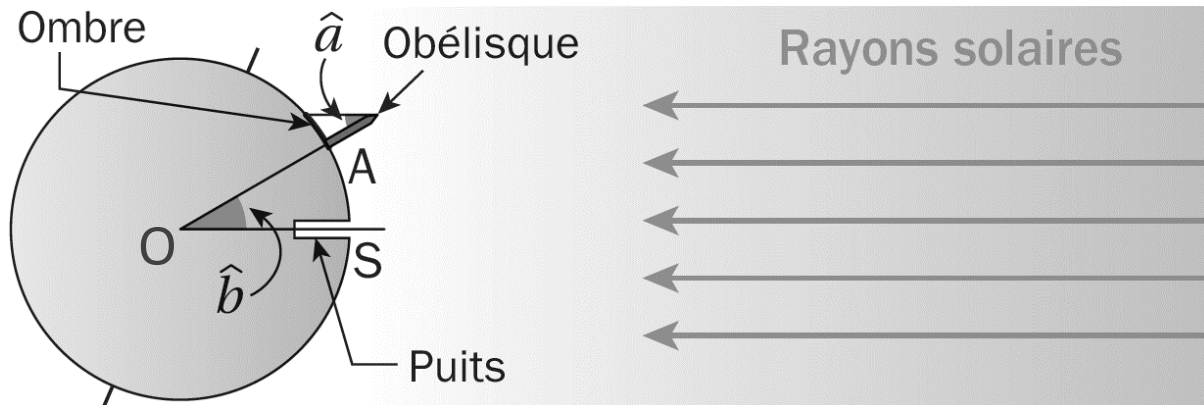
$$\text{Donc } \widehat{KUS} = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$$

KUS est isocèle et aussi rectangle.

Annexe 1.5

Ératosthène suppose que la Terre est ronde et que le Soleil est suffisamment loin pour que ses rayons soient considérés comme parallèles.

Syène (S) et Alexandrie (A) sont sur le même méridien. À midi, le jour du solstice d'été, les puits de Syène sont éclairés jusqu'au fond. Le Soleil est donc, à cet instant, à la verticale de Syène. Au même instant, un obélisque de 50 m de haut à Alexandrie donne une ombre au sol de 6,33 m.



O est le centre du cercle représentant la Terre.

a. Déterminer la mesure de l'angle $\hat{a}$, arrondie au dixième.

b. En déduire la mesure de l'angle $\hat{b}$.

c. Ératosthène évalua la distance entre Syène et Alexandrie à environ 5 000 stades.

(1 stade = 157,5 m).

En déduire la circonférence de la Terre obtenue par Ératosthène.

Source : DIMENSIONS Hatier 3^e

Annexe 1.6

Questions « flash »

La pratique de questions « flash » vise à renforcer la mémorisation de connaissances et l'automatisation de procédures afin de faciliter un travail intellectuel ultérieur par leur mise à disposition immédiate.

Une tâche de ce type relève d'une activité mentale attendue sur un temps court (quelques minutes). Elle peut mobiliser une connaissance, un savoir-faire, un traitement automatique ou réfléchi. Pour être efficaces, les questions flash doivent être proposées de façon régulière, tout au long du cycle, et s'inscrire dans une stratégie d'enseignement qui articule de façon cohérente entraînement, évaluation, remédiation et consolidation. Elles se prêtent à l'utilisation de supports variés : papier, diaporama, enregistrement oral.

Source : ressource Éduscol, « Types de tâches »

Annexe 1.7

2

Calculer des rapports trigonométriques

Propriété et définitions

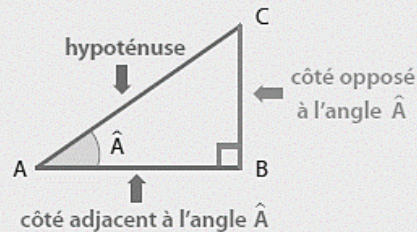
- Dans un triangle ABC rectangle en B, les rapports $\frac{AB}{AC}$, $\frac{BC}{AC}$ et $\frac{BC}{AB}$ ne dépendent que de la mesure de l'angle $\hat{A}$.

Ces rapports sont respectivement appelés cosinus, sinus et tangente de l'angle $\hat{A}$ et notés $\cos \hat{A}$, $\sin \hat{A}$ et $\tan \hat{A}$.

$$\cos \hat{A} = \frac{\text{longueur du côté adjacent à } \hat{A}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{AB}{AC}$$

$$\sin \hat{A} = \frac{\text{longueur du côté opposé à } \hat{A}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{BC}{AC}$$

$$\tan \hat{A} = \frac{\text{longueur du côté opposé à } \hat{A}}{\text{longueur du côté adjacent à } \hat{A}} = \frac{BC}{AB}$$



- Pour mémoriser : SOH CAH TOA

$$\sin(\text{angle}) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\cos(\text{angle}) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

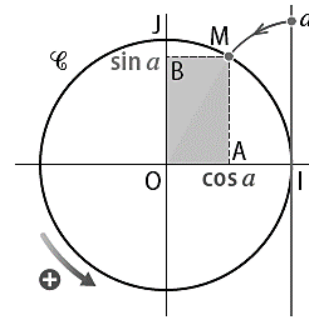
$$\tan(\text{angle}) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$

Source : Hachette, Mission Indigo, cycle 4, 3^e

Cosinus et sinus d'un nombre réel

Soit (O, I, J) un repère orthonormé du plan.

Définition : Soit a un nombre réel. On considère le point M du cercle trigonométrique associé au réel a tel que la longueur de l'arc $\widehat{IM}$ est égale à a . Le cosinus du réel a , noté $\cos(a)$ est l'abscisse du point M. Le sinus du réel a , noté $\sin(a)$ est l'ordonnée du point M.



Source : Bordas, Indice MATHS 1re

Annexe 1.8

Exercice : calcul d'une valeur particulière.

On considère connue la valeur exacte de $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

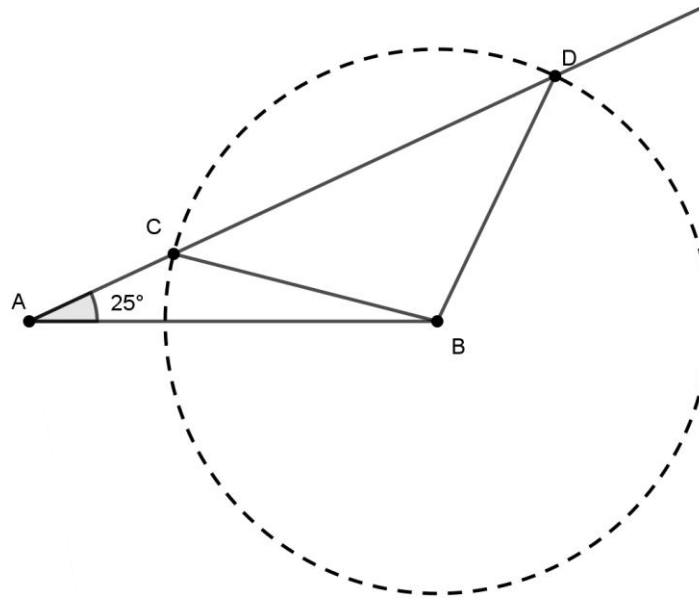
- Montrer que pour tout $\theta \in \mathbb{R}$, $\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1$.
- En déduire la valeur de $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

Annexe 1.9

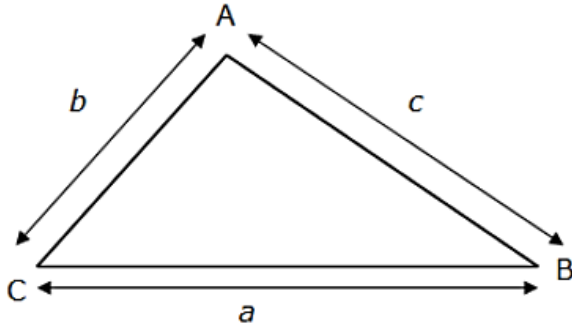
Le verbatim ci-dessous retranscrit les échanges entre un enseignant et des élèves de première suivant l'enseignement de spécialité :

- Enseignant : « Combien de grandeurs comporte un triangle ? »
- Un élève : « Six : trois longueurs et trois angles. »
- Enseignant : « On cherche des informations permettant de déterminer les trois longueurs d'un triangle. Dans quel cas peut-on déterminer la troisième longueur si on connaît les deux autres ? »
- Un élève : « Dans un triangle rectangle avec le théorème de Pythagore. »
- Enseignant : « Si le triangle n'est pas rectangle, est-ce encore possible ? »
- Un élève : « Si on connaît l'angle entre les deux longueurs, on peut le construire. »
- Enseignant : « Aura-t-on tous le même ? »
- Un élève : « Oui. »
- Enseignant : « Et si l'angle donné n'est pas celui entre les deux longueurs ? »
- Un élève : « Je ne sais pas ».

L'enseignant projette au tableau la figure suivante et précise que $AB = 6$, le cercle de centre B a pour rayon 4 et l'angle $\widehat{BAC}$ mesure 25° .



Annexe 1.10



Soit ABC un triangle tel que $\widehat{ABC}$ soit aigu. On note $BC = a$, $AC = b$ et $AB = c$. On considère la hauteur du triangle ABC issue de A , et on note H le pied de cette hauteur (le point d'intersection de cette hauteur et de (BC)).

On note $HB = x$ et $AH = h$.

- 1) Dans le triangle AHB , exprimer c^2 en fonction de x et de h .
- 2) En considérant le triangle AHC et en utilisant le résultat de la question précédente, prouver que :

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ax$$

- 3) a) Déterminer le cosinus de l'angle $\widehat{ABC}$.
- b) En déduire une expression de x .

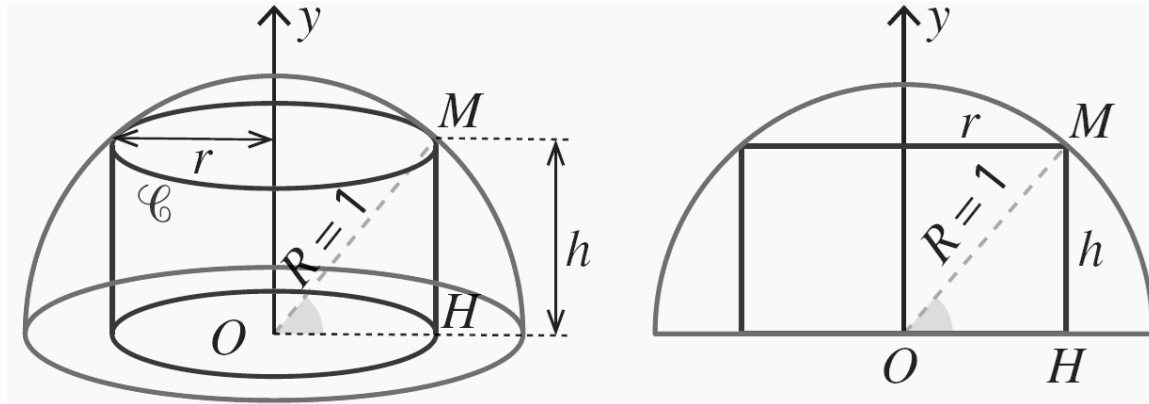
- 4) A l'aide des résultats des questions 2) et 3), prouver la formule d'Al-Kashi :

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ac \cos(\widehat{ABC}).$$

Source : d'après un document APMEP

Annexe 1.11

Dans cet exercice, l'unité est le mètre.



On considère un cylindre droit de hauteur h , inscrit dans une demi-sphère de rayon $R = 1$. Le cylindre et la demi-sphère ont le même plan de base $\mathcal{P}$ et le même axe de symétrie (Oy) . La demi-sphère et le cylindre se coupent selon un cercle $\mathcal{C}$ de rayon r . Soient M un point de ce cercle et H le projeté orthogonal de M sur le plan $\mathcal{P}$. On désigne par α la mesure en radian de l'angle $\widehat{HOM}$ avec

$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}.$$

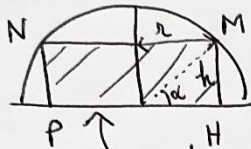
Pour quelles valeurs de h et de r le volume du cylindre est-il maximal ?

Source : Hachette Education, BARBAZO

Annexe 1.12

Le volume du cylindre sera maximal quand l'aire du rectangle PHMN sera maximale car

$$V = h \times 2\pi r = \pi A$$



$$A = h \times 2r$$

A l'aire du dessin

$$h = \sin(\alpha)$$

$$r = \cos(\alpha)$$

Avec géogebra je conjecture que l'aire du rectangle est $A = h \times 2r = \sin(\alpha) \times 2 \cos(\alpha) = 2 \sin(\alpha) \cos(\alpha)$

$$\begin{aligned} \text{Je dérive } A' &= 2 \cos(\alpha) \cos(\alpha) + 2 \sin(\alpha) \times (-\sin(\alpha)) \\ &= 2 \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) \end{aligned}$$

$$A' = 0 \text{ si } \cos^2(\alpha) = \sin^2(\alpha)$$

$$\text{donc } \cos(\alpha) = \sin(\alpha) \text{ donc } \alpha = \frac{\pi}{4}$$

J'ai vérifié avec ma calculatrice le tracé de la courbe A. Elle est bien maximale en $\frac{\pi}{4}$

Annexe 2.1

Définition d'un *pattern*.

Le pattern est un anglicisme signifiant « motif », « règle de structure », « modèle à reproduire ». C'est une suite d'objets appelés éléments, reliés les uns aux autres par une règle spécifique. Il existe deux types de patterns :

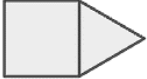
- les patterns répétitifs ;
- les patterns évolutifs en passant d'un rang à un autre.

Le motif de base correspond à la chaîne d'éléments la plus courte qui se répète dans le pattern répétitif ou qui évolue dans le pattern évolutif.

Exemple de pattern répétitif :

		
Rang 1	Rang 2	Rang 3

Exemple de pattern évolutif :

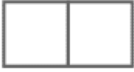
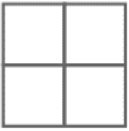
		
Rang 1	Rang 2	Rang 3

Le rang est en général numéroté à partir de 0 ou 1.

Source : inspiré du guide de la résolution de problèmes au collège

Annexe 2.2

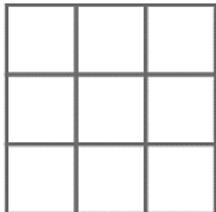
Pattern n°1 : Voici le début d'un pattern.

	
Rang 1	Rang 2

Pattern n°2 : Voici le début d'un pattern.

A B C B	A B C B A B C B	A B C B A B C B A B C B
Rang 1	Rang 2	Rang 3

Pattern n°3 : Voici le début d'un pattern.

		
Rang 1	Rang 2	Rang 3

Pattern n°4 : Voici le début d'un pattern.

1	3	7	15	31
Rang 1	Rang 2	Rang 3	Rang 4	Rang 5

Source : Inspiré du guide de la résolution de problèmes au collège

Annexe 2.3



Rang 1
Rang 2
Rang 3

Déterminer le nombre d'allumettes nécessaires à la construction du motif selon le rang.

Source : Inspiré d'une activité proposée dans l'article « Première rencontre avec l'algèbre » de Mirène Larquier (EMF 2015)

Annexe 2.4

La mise en œuvre du programme doit permettre de faire acquérir aux élèves des connaissances, des méthodes et des démarches spécifiques. En lien avec le cours, elles sont mobilisées et articulées les unes aux autres dans la résolution d'exercices et de problèmes riches et variés, à travers des allers-retours entre le sens et la technique, chacun venant éclairer et consolider l'autre. La diversité des activités concerne aussi bien les contextes (internes aux mathématiques ou liés à des situations issues de la vie quotidienne ou d'autres disciplines) que les types de tâches proposées : « questions flash » pour favoriser l'acquisition d'automatismes, exercices d'application et d'entraînement pour stabiliser et consolider les connaissances, exercices et problèmes ouverts favorisant la prise d'initiatives, débats et mises au point collectives d'une démonstration, production d'écrits individuels formalisant une démarche ou un raisonnement, etc.

Source : extrait du programme mathématiques du cycle 4

Annexe 2.5

Les activités de généralisation basées sur des patterns, qui visent à faire identifier et exprimer des régularités, sont particulièrement adaptées au développement de la pensée algébrique. Comme le précisent Joëlle Vlassis, Isabelle Demonty et Hassane Squalli « ces activités répondent aux critères d'une pensée algébrique dans la mesure où leur objectif consiste à formuler un moyen général au départ d'une indéterminée, en l'occurrence d'une variable. Ces activités invitent à exprimer les généralités produites et leurs justifications dans un langage tout d'abord non conventionnel qui tend à devenir de plus en plus conventionnel au fil des nécessités de l'activité ». Cette expression de généralité permet d'anticiper, de

prédire ce qui se passe pour chaque élément, quel que soit son rang dans le pattern, même éloigné et non atteignable directement. C'est précisément cette anticipation qui différencie le mode de pensée algébrique du mode de pensée algorithmique.

Source : Extrait du guide de la résolution de problèmes au collège

Annexe 2.6

Productions de trois élèves de quatrième.

Élève 1 :

Il faut multiplier le rang par 2 pour obtenir le nombre d'allumettes qui forment les toits. Il faut multiplier le rang par 2 pour obtenir le nombre d'allumettes horizontales. Il faut ajouter 1 au rang pour obtenir le nombre d'allumettes verticales. On ajoute ensuite les trois résultats obtenus.

Élève 2 : Une maison contient 6 allumettes mais il faut enlever les allumettes des bords communs. On fait

$$6 \times rang - (rang - 1)$$

Élève 3 : Je multiplie le rang par 5 et je rajoute 1.

Élève 4 : J'applique la formule suivante : $4x + 4$ où x désigne le rang.

Annexe 2.7

On construit une suite de nombres selon la règle suivante :

- le nombre du rang 1 est 1
- le nombre du rang 2 est 1
- Pour les rangs suivants, chaque nombre est obtenu en additionnant les nombres des deux rangs précédents.

Déterminer le nombre obtenu au rang 50.

Annexe 2.8

Connaissances

- Exemples de modes de génération d'une suite : explicite $u_n = f(n)$, par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$, par un algorithme, par des motifs géométriques. Notations : $u(n)$, u_n , $(u(n))$, (u_n) .
- Suites arithmétiques : exemples, définition, calcul du terme général. Lien avec l'étude d'évolutions successives à accroissements constants. Lien avec les fonctions affines. Calcul de $1 + 2 + \dots + n$.
- Suites géométriques : exemples, définition, calcul du terme général. Lien avec l'étude d'évolutions successives à taux constant. Lien avec la fonction exponentielle. Calcul de $1 + q + \dots + q^n$.
- Sur des exemples, introduction intuitive de la notion de limite, finie ou infinie, d'une suite.

Capacités associées

- Dans le cadre de l'étude d'une suite, utiliser le registre de la langue naturelle, le registre algébrique, le registre graphique, et passer de l'un à l'autre.
- Proposer, modéliser une situation permettant de générer une suite de nombres. Déterminer une relation explicite ou une relation de récurrence pour une suite définie par un motif géométrique, par une question de dénombrement.
- Calculer des termes d'une suite définie explicitement, par récurrence ou par un algorithme.
- Pour une suite arithmétique ou géométrique, calculer le terme général, la somme de termes consécutifs.
- Modéliser un phénomène discret à croissance linéaire par une suite arithmétique, un phénomène discret à croissance exponentielle par une suite géométrique.
- Conjecturer, dans des cas simples, la limite éventuelle d'une suite.

Démonstrations

- Calcul du terme général d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique.
- Calcul de $1 + 2 + \dots + n$.
- Calcul de $1 + q + \dots + q^n$.

Exemples d'algorithme

- Calcul de termes d'une suite, de sommes de termes, de seuil.
- Calcul de factorielle.
- Liste des premiers termes d'une suite : suites de Syracuse, suite de Fibonacci.

Source : Extrait du programme de première spécialité mathématiques.

Annexe 2.9

	A	B
1	rang	u_n
2	1	1
3	2	1
4	3	2
5	4	3
6	5	$3+2$

Annexe 2.10

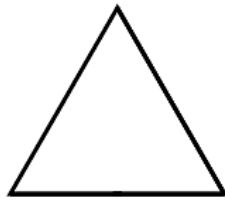
Script

```
def suite(n):  
    u=1  
    v=1  
    for i in range(3,n+1):  
        u=v  
        v=u+v  
    return v
```

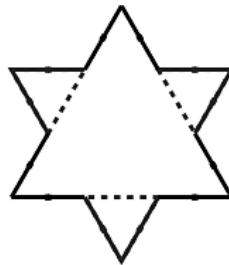
Console

```
>>> suite(4)  
4
```

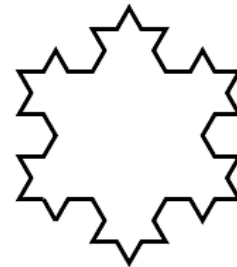
Annexe 2.11



Rang 0



Rang 1



Rang 2

- Au rang 0, le triangle est équilatéral.
- Au rang 1, on partage chaque côté en trois segments de même longueur et on construit des triangles équilatéraux sur chaque bord
- Au rang 2, on recommence le procédé. Tous les segments sont de même longueur
- ...

Le *Flocon de Koch* est le nom de la figure obtenue quand on poursuit indéfiniment le procédé de construction précédent.

Pour tout entier naturel n , on note :

- p_n la mesure du périmètre du polygone obtenu au rang n (en unité de longueur)
- a_n la mesure de l'aire délimitée par le polygone obtenu au rang n (en unité d'aire)

On appelle :

- périmètre du *Flocon de Koch* la limite de la suite (p_n)
- aire du *Flocon de Koch* la limite de la suite (a_n)

1. Quelle sera la mesure du périmètre du *Flocon de Koch* ?
2. Quelle sera la mesure de l'aire délimitée par le *Flocon de Koch* ?

Source : Inspiré d'une ressource de la problématique (CSEN)

Annexe 2.12

Groupe 1 :

Périmètre:

On note a la longueur d'un côté à l'étape 0

u_n est la suite qui modélise la longueur d'un côté et S_n est la suite qui modélise le nombre de côtés

$$u_0 = a$$

$$u_1 = \frac{a}{3}$$

$$u_2 = \frac{a}{9} = \frac{a}{3^2}$$

$$u_3 = \frac{a}{27} = \frac{a}{3^3}$$

$$\text{Donc } u_n = \frac{a}{3^n}$$

$$S_0 = 3 \quad \times 4$$

$$S_1 = 12 \quad \times 4$$

$$S_2 = 48 \quad \times 4$$

$$S_3 = 192 \quad \times 4$$

$$\text{Donc } S_n = 3 \times 4^n$$

On note P_n la suite qui modélise le périmètre du triangle

$$P_n = u_n \times S_n = \frac{a}{3^n} \times 3 \times 4^n = 3a \left(\frac{4}{3}\right)^n$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{4}{3}\right)^n = +\infty \text{ donc } \boxed{\lim_{n \rightarrow +\infty} P_n = +\infty}$$

Groupe 2 :

- étape 0 : 3 segments ; 1 triangle
- étape 1 : 12 segments ; 6 triangles
- étape 2 : 48 segments ; 18 triangles

On voit que le nb de segments nous aide à trouver le périmètre mais pas le nb de triangles.
+ le nb de segments est à chaque fois multiplié par 4.

Or, la taille du segment est divisé par 3 à chaque étapes.

On cherche une formule qui combine le nb de segments et leur taille

n^0	n^1	n^2	n^3
3	12	48	192
$\xrightarrow{\begin{matrix} \times 4 \\ \div \frac{1}{3} \end{matrix}}$			
$\xrightarrow{\begin{matrix} \times 4 \\ \div \frac{1}{3} \end{matrix}}$			
$\xrightarrow{\begin{matrix} \times 4 \\ \div \frac{1}{3} \end{matrix}}$			

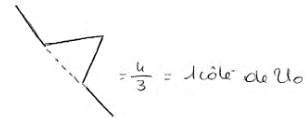
$$u_{n+1} = 4u_n \div \frac{1}{3}^{n+1}$$

Groupe 3 :

3^{ème} piste : Calcul du périmètre

- étape 0 : $p \times 3$

conjecture : $U_{n+1} = \frac{4}{3} \times U_n$ suite géométrique $\Leftrightarrow U_n = U_0 \times \left(\frac{4}{3}\right)^n$



Annexe 2.13

Propriété Inégalité de Bernoulli

Pour tout réel a strictement positif et pour tout entier naturel n : $(1 + a)^n \geq 1 + na$

Source : Extrait du manuel « Maths Tle Spécialité », édition Magnard

Annexe 2.14

• Suites

Contenus

- La suite (u_n) tend vers $+\infty$ si tout intervalle de la forme $[A; +\infty[$ contient toutes les valeurs u_n à partir d'un certain rang. Cas des suites croissantes non majorées. Suite tendant vers $-\infty$.
- La suite (u_n) converge vers le nombre réel ℓ si tout intervalle ouvert contenant ℓ contient toutes les valeurs u_n à partir d'un certain rang.
- Limites et comparaison. Théorèmes des gendarmes.
- Opérations sur les limites.
- Comportement d'une suite géométrique (q^n) où q est un nombre réel.
- Théorème admis : toute suite croissante majorée (ou décroissante minorée) converge.

Capacités attendues

- Établir la convergence d'une suite, ou sa divergence vers $+\infty$ ou $-\infty$.
- Raisonner par récurrence pour établir une propriété d'une suite.
- Étudier des phénomènes d'évolution modélisables par une suite.

Démonstrations

- Toute suite croissante non majorée tend vers $+\infty$.
- Limite de (q^n) , après démonstration par récurrence de l'inégalité de Bernoulli.
- Divergence vers $+\infty$ d'une suite minorée par une suite divergeant vers $+\infty$.
- Limite en $+\infty$ et en $-\infty$ de la fonction exponentielle.

Exemples d'algorithme

- Recherche de seuils.
- Recherche de valeurs approchées de π , e , $\sqrt{2}$, $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, $\ln(2)$, etc.

Approfondissements possibles

- Propriétés et utilisation des suites adjacentes.
- Exemples de suites vérifiant une relation de récurrence linéaire d'ordre 2 à coefficients constants.
- Exemples d'application de la méthode de Newton. Étude de la convergence de la méthode de Héron.

Source : Extrait du programme de terminale spécialité mathématiques

Annexe 2.15

Notons $\ell > 0$ la longueur d'un côté du triangle équilatéral du rang 0. On admet que, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$a_n = \frac{\sqrt{3}}{4} \ell^2 \left[1 + \frac{3}{5} \left(1 - \left(\frac{4}{9} \right)^n \right) \right]$$

7. Annexe 2 : ressources mises à disposition des candidats

Pendant le temps de préparation et lors de l'interrogation orale, le candidat bénéficie du matériel informatique mis à sa disposition.

Les candidats ne sont pas autorisés à utiliser de calculatrices.

Le transfert des données entre la salle de préparation et la salle d'interrogation se fait grâce au réseau de l'établissement. L'utilisation de tout support numérique personnel est exclue.

L'usage des téléphones mobiles et de toute forme d'accès à internet est interdit dans l'enceinte de l'établissement.

Les documents suivants sont mis à disposition des candidats sous forme numérique :

- réglementation du concours ;
- référentiel des compétences professionnelles ;
- programmes de Mathématiques (collège et lycée) et documents ressources en ligne sur Eduscol.

Manuels numériques

Le jury remercie vivement les éditeurs qui ont mis gracieusement leurs manuels à la disposition du concours.

BELIN

- Delta : 6e (2016), cycle 4 (2016)
- Métamaths : 2de (2019) et 1re spécialité (2019)
- Cahier Python pour les maths en 2de (2020)
- Enseignement scientifique 1re (2019)
- Enseignement scientifique Terminale (2020)

BORDAS

- CQFD : 1re spécialité (2019)
- Indice : 2de (2019), 1re spécialité (2019), 1re séries technologiques (2019), Terminale mathématiques complémentaires (2020), Terminale spécialité (2020), Terminale séries technologiques, enseignement commun et spécialité STI2D/STL (2020)
- Myriade : 6e cycle 3 (2016), cycle 4 (2016)

- Enseignement scientifique 1re (2019), Enseignement scientifique Terminale (2020)

DELAGRAVE

- BTS Industriels (B, C et D) (2014)
- Algomaths : 1re séries technologiques enseignement commun et spécialité STI2D/STL (2019), Terminale séries technologiques enseignement commun et spécialité STI2D/STL (2020)

DIDIER

- Mathsmonde : 6e cycle 3 (2017), cycle 4 (en un volume) (2016)
- Math'x : 2de (2019)
- Enseignement scientifique 1re (2019)

FOUCHER

- Sigma : 1re séries technologiques (2019), Terminale séries technologiques enseignement commun et spécialité STI2D/STL (2020)
- Sigma BTS : BTS CG (2015), Mathématiques pour l'informatique BTS SIO (2014), BTS Industriels Tome 1 groupement A (2002), BTS Industriels Tome 2 groupement A (2002), BTS Industriels Tome 1 Analyse et algèbre groupements B, C et D (2014), BTS Industriels Tome 2 Statistique et probabilités groupements B, C et D (2014)

HACHETTE

- Déclic : Déclic 2de (2019), Déclic 1re (2019), Terminale mathématiques complémentaires (2020)
- Phare : 6e (2016), 5e (2016)
- Kiwi cycle 4 (2016)
- Mission Indigo : cycle 4 5e (2016), cycle 4 4e (2016), cycle 4 3e (2016)
- Barbazo : 2de (2019), 1re spécialité (2019), Terminale spécialité (2020), mathématiques complémentaires (2020)
- Calao : 1re séries technologiques mathématiques enseignement commun et spécialité STI2D/STL (2019), Terminales STI2D/STL Mathématiques enseignement commun et spécialité (2020)
- Enseignement scientifique 1re (2019), Enseignement scientifique Terminale (2020)
- BTS : Mathématiques groupement A (2006), Mathématiques groupement B, C et D (2006)

HATIER

- Dimensions : 6e cycle 3 (2016), 3e année du cycle 4 (2016), cycle 4 (2016)
- Variations : 2de (2019), 1re spécialité (2019), Terminale spécialité (2020)
- Enseignement scientifique 1re (2019), Enseignement scientifique Terminale (2020)

MAGNARD

- Delta Maths : 6e (2016), cycle 4 (2017)
- Sésamath : cycle 4 (2016), Terminale spécialité (2020), mathématiques complémentaires (2020), mathématiques expertes (2020)
- Maths : 2de (2019), 1re (2019)
- Enseignement Scientifique 1re (2019), Enseignement scientifique Terminale (2020)

NATHAN

- Transmath : 6e Cycle 3 (2016), cycle 4 (2016), 2de (2019), 1re spécialité (2019)
- Techmaths : 1re enseignement commun et spécialité STI2D (2019), Terminale enseignement commun et spécialité STI2D/STL (2020)
- Hyperbole : 2de (2019), 1re (2019), Terminale spécialité (2020), mathématiques complémentaires (2020), mathématiques expertes (2020)
- Enseignement scientifique 1re (2019), Enseignement scientifique Terminale (2020)

DUNOD

- Mathématiques pour l'informatique BTS SIO (2015), Programmation en Python pour les mathématiques (2016)

ELLIPSES

- Apprendre la programmation par le jeu, à la découverte du langage Python 3 (2015)
- Python, les bases de l'algorithmique et de la programmation (2015)

EYROLLES

- Apprendre à programmer avec Python 3 (2012)
- Informatique et sciences du numérique - édition spéciale Python ! (2013)

MASSON

- Éléments d'algorithmique (1992)

Le candidat peut également, dans les conditions définies par le jury, utiliser des ouvrages personnels. Seuls sont autorisés les livres en vente dans le commerce, à condition qu'ils ne soient pas annotés. Sont exclus les ouvrages de préparation aux épreuves orales du concours. Le jury se réserve la possibilité d'interdire l'usage de certains ouvrages dont le contenu serait contraire à l'esprit des épreuves.

Logiciels

- LibreOffice
- Émulateurs de calculatrice numworks
- Geogebra 5
- Python 3 (éditeur Pyzo avec les bibliothèques numpy, scipy et matplotlib)
- Scratch